PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 25. 15. Dezember 1913. Redaktionsschluß für No. 1 am 13. Dezember 1913. 14. Jahrgang.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 85. Naturforscherversammlung zu Wien:

Aus der gemeinsamen Sitzung der Abteilungen für Physik, Mathematik und Astronomie:

A. Einstein, Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems. S. 1249.

Originalmitteilungen:

W. de Sitter, Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann. S. 1267.

C. Runge u. F. Paschen, Sauerstoff in der Sonne. S. 1267.

J. Koenigsberger u. K. Vogt, Neuer Typus eines Absorptionsspektrums. S. 1269.

G. H. Livens, Über die Veränderlichkeit von Absorptionsspektren. III. S. 1271.

I. Langmuir, Der Dampfdruck metallischen Wolframs. S. 1273.

H. N. Mc Coy u. E. D. Leman, Über die Zerfallskonstante von Aktinium *X*. S. 1280.

S. Fuchs, Hauptspannungstrajektorien bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte. S. 1282.

C. Mainka, Über die Häufigkeit einzelner Mi.U.-Perioden. S. 1285.

M. v. Laue, Zur Optik der Raumgitter. II. S. 1286.

J. Elster u. H. Geitel, Zur Influenztheorie der Niederschlagselektrizität. S. 1287.

F. Schindelhauer, Über die Elektrizität der Niederschläge. Erwiderung auf die Ausführungen des Herrn G. C. Simpson. S. 1292.

H. Barkhausen, Zu den Aufsätzen über Torsionswellenmodelle. S. 1296.

Zusammenfassender Bericht:

Bericht über die Tagung der British Association in Birmingham (10. bis 17. September). S. 1297.

Besprechungen:

J. Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 2. Aufl. S. 1307.

F. Breisig, Theoretische Telegraphie. S. 1308.

R. Emden, Grundlagen der Ballonführung. S. 1308.

H. Lüdtke, Beiträge zur Behandlung der elektromagnetischen Lichttheorie und der Lehre von den elektrischen Schwingungen. S. 1309.

H. Ebert, Anleitung zum Glasblasen. 4. Aufl. S. 1309.

C. Störmer, Bericht über eine Expedition nach Bossekop zwecks photographischer Aufnahmen und Höhenmessungen von Nordlichtern. S. 1310.

W. Block, Maße und Messen. S. 1310.

P. B. A. Linker, Elektrotechnische Meßkunde. 2. Aufl. S. 1311.

G. Brion, Luftsalpeter. Seine Gewinnung durch den elektrischen Flammenbogen. S. 1311.

H. Danneel, Elektrochemie I: Theoretische Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. S. 1311.

K. Arndt, Grundbegriffe der physikalischen Chemie. 3. Aufl. S. 1312.

P. Ostertag, Die Entropie-Diagramme der Verbrennungsmotoren einschließlich der Gasturbine. S. 1312.

Personalien. S. 1312.

Angebote. S. 1312.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 85. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU WIEN.

Aus der gemeinsamen Sitzung der Abteilungen für Physik, Mathematik und Astronomie:

A. Einstein (Zürich), Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems.

§ 1. Allgemeines zur Problemstellung. Das Erscheinungsgebiet der Physik, dessen theoretische Durchleuchtung zuerst gelang, war dasjenige der allgemeinen Massenanziehung. Die Gesetze der Schwere und der Bewegungen der Himmelskörper wurden von Newton auf ein einfaches Gesetz der Bewegung des Massenpunktes und auf ein Gesetz der Wechselwirkung zweier gravitierender Massenpunkte reduziert. Diese Gesetze haben sich als derart exakt zutreffend erwiesen, daß vom Standpunkte der Erfahrung aus kein entscheidender Grund vorliegt, an der strengen Gültigkeit derselben zu zweifeln. Wenn trotzdem gegenwärtig kaum mehr ein Physiker sich finden lassen dürfte, der an die exakte Gültigkeit jener Gesetze glaubt, so ist dies auf den umgestaltenden Einfluß zurückzuführen, den die Entwicklung unserer Kenntnisse von den elektromagnetischen Vorgängen in den letzten Jahrzehnten mit sich gebracht hat.

Vor Maxwell wurden die elektromagnetischen Vorgänge nämlich auf Elementargesetze zurückgeführt, die möglichst genau nach dem Muster des Newtonschen Kraftgesetzes gebaut waren. Nach diesen Gesetzen sollten elektrische Massen, magnetische Massen, Stromelemente usw. Fernwirkungen aufeinander ausüben, die zu ihrer Fortpflanzung durch den Raum keine Zeit brauchen. Da zeigte H. Hertz vor 25 Jahren durch seine geniale Experimentaluntersuchung über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, daß die elektrischen Wirkungen zu ihrer Ausbreitung Zeit brauchen. Er verhalf so der Theorie Maxwells zum Siege, die an die Stelle der unvermittelten Fernwirkung partielle Differentialgleichungen setzte. Nachdem so auf dem Gebiete der Elektrodynamik die Unhaltbarkeit der Fernwirkungstheorie erwiesen war, war auch das Vertrauen in die Richtigkeit von Newtons Fernwirkungstheorie der Gravitation er-

schüttert. Es mußte sich die Überzeugung Bahn brechen, daß Newtons Gravitationsgesetz ebensowenig die Erscheinungen der Gravitation in ihrer Gesamtheit umspanne wie das Coulombsche Gesetz der Elektrostatik und Magnetostatik die Gesamtheit der elektromagnetischen Vorgänge. Daß Newtons Gesetz zur Berechnung der Bewegungen der Himmelskörper bisher hinreichte, ist darauf zurückzuführen, daß die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen jener Bewegungen klein sind. In der Tat ist leicht zu zeigen, daß Himmelskörper, deren Bewegungen durch elektrische Kräfte bestimmt wären, die von auf den Himmelskörpern sitzenden elektrischen Ladungen herrührten, uns die Maxwellschen Gesetze der Elektrodynamik nicht verraten würden, falls die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen jener Himmelskörper von derselben Größenordnung wären wie bei den Bewegungen der uns bekannten Himmelskörper. Man würde unter Zugrundelegung des Coulombschen Gesetzes jene Bewegungen mit großer Genauigkeit darstellen können.

War damit das Vertrauen auf die umfassende Bedeutung des Newtonschen Fernwirkungsgesetzes erschüttert, so lagen zunächst doch noch keine direkten Gründe vor, die zur Erweiterung der Newtonschen Theorie zwangen. Ein solcher direkter Grund liegt aber heute für diejenigen vor, die an der Richtigkeit der Relativitätstheorie festhalten. Nach der Relativitätstheorie gibt es nämlich in der Natur kein Mittel, das uns gestatten würde, Signale mit Überlichtgeschwindigkeit zu senden. Andererseits aber ist einleuchtend, daß wir bei strenger Gültigkeit von Newtons Gesetz die Gravitation dazu verwenden könnten, Momentansignale von einem Orte A nach einem entfernten Orte B zu senden; denn die Bewegung einer gravitierenden Masse in A müßte gleichzeitige Änderungen des Gravitationsfeldes in B zur Folge haben — im Widerspruch mit der Relativitätstheorie.

Die Relativitätstheorie bringt uns aber nicht nur den Zwang, Newtons Theorie zu modifizieren; sie schränkt auch zum Glück in weitgehendem Maße die Möglichkeiten hierfür ein. Wäre dies nicht der Fall, so wäre das Bestreben einer Verallgemeinerung von Newtons Theorie ein hoffnungsloses Unternehmen. Um dies deutlich zu sehen, versetze man sich nur in folgende analoge Situation: Von den elektromagnetischen Erscheinungen seien nur diejenigen der Elektrostatik experimentell bekannt. Man wisse aber, daß sich die elektrischen Wirkungen nicht mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten können. Wer wäre imstande gewesen, aus diesen Daten die Maxwellsche Theorie der elektromagnetischen Vorgänge zu entwickeln? Unsere Kenntnisse auf dem Gebiete der Gravitation entsprechen aber genau dem eben fingierten Falle; wir kennen nur die Wechselwirkung zwischen ruhenden Massen, und diese wahrscheinlich nur in der ersten Annäherung. Die verwirrende Mannigfaltigkeit der möglichen Verallgemeinerungen wird durch die Relativitätstheorie dadurch eingeschränkt, daß nach letzterer in allen Gleichungssystemen die Zeitkoordinate bis auf gewisse Vorzeichenunterschiede in gleicher Weise auftritt wie die drei räumlichen Koordinaten. Diese hier nur ungenau angedeutete große formale Erkenntnis Minkowskis erweist sich beim Aufsuchen von der Relativitätstheorie entsprechenden Gleichungen als Hilfsmittel von größter Bedeutung.

§ 2. Naheliegende physikalische Hypothesen über das Gravitationsfeld.

Im nachfolgenden geben wir einige allgemeine Postulate an, welche an eine Gravitationstheorie gestellt werden können, aber nicht alle gestellt werden müssen:

1. Erfüllung der Erhaltungssätze des Impulses und der Energie;
2. Gleichheit der trägen und der schweren Masse abgeschlossener Systeme;
3. Gültigkeit der Relativitätstheorie (im engeren Sinne); d. h. die Gleichungssysteme sind kovariant gegenüber linearen orthogonalen Substitutionen (verallgemeinerte Lorentz-Transformationen);
4. die beobachtbaren Naturgesetze hängen nicht ab vom Absolutwerte des Gravitationspotentials (bzw. der Gravitationspotentiale). Es bedeutet dies physikalisch folgendes: Der Inbegriff der Relationen zwischen beobachtbaren Größen, welche man in einem Laboratorium finden kann, wird dadurch nicht geändert, daß ich das ganze Laboratorium in ein Gebiet von anderem (räumlich und zeitlich konstanten) Gravitationspotential bringe.

Zu diesen Postulaten bemerken wir folgendes. Alle Theoretiker werden miteinander darin übereinstimmen, daß das Postulat 1 aufrecht erhalten werden muß. Nicht so allgemein wird zugestanden werden, daß an dem Postulat 3 festgehalten werden muß. So hat M. Abraham eine Theorie der Gravitation aufgestellt, welche das Postulat 3 nicht erfüllt. Ich könnte mich diesem Standpunkt anschließen, wenn in Abrahams System Kovarianz gegenüber Transformationen vorhanden wäre, die in Gebieten konstanten Gravitationspotentials in lineare orthogonale Transformationen übergehen; dies scheint aber bei Abrahams Theorie nicht der Fall zu

sein. Diese Theorie enthält also die Relativitätstheorie, wie sie bisher mit Ausschluß der Gravitation entwickelt wurde, nicht als Spezialfall. Gegen eine solche Theorie sprechen alle diejenigen Argumente, die für die Relativitätstheorie in ihrer gegenwärtigen Gestalt geltend gemacht worden sind. Nach meiner Meinung muß an dem Postulat 3 unbedingt festgehalten werden, solange nicht zwingende Gründe dagegen vorliegen; sobald wir von diesem Postulat abgehen, wird die Mannigfaltigkeit der Möglichkeiten unübersehbar.

Genauere Betrachtung erfordert das Postulat 2, an dem wir nach meiner Meinung bis zum Beweise des Gegenteils unbedingt festhalten müssen. Dasselbe stützt sich zunächst auf die Erfahrungstatsache, daß alle Körper im Schwerefelde mit gleicher Beschleunigung fallen; auf diesen wichtigen Punkt müssen wir später nochmals unsere Aufmerksamkeit richten. Hier sei bemerkt, daß die Gleichheit (Proportionalität) der schweren und trägen Masse durch eine für uns höchst wichtige Untersuchung von Eötvös[1]) mit großer Genauigkeit erwiesen wurde; Eötvös wies diese Proportionalität nach, indem er experimentell zeigte, daß die Resultierende der Schwere und der von der Drehung der Erde herrührenden Zentrifugalkraft von der Natur des Materials unabhängig ist (relativer Unterschied beider Massen $< 10^{-7}$). Das Postulat 2 führt zusammen mit einem der Hauptresultate der gewöhnlichen Relativitätstheorie zu einer Konsequenz, die schon an dieser Stelle gezogen werden soll. Nach der Relativitätstheorie ist die träge Masse eines abgeschlossenen Systems (letzteres als Ganzes betrachtet) durch seine Energie bestimmt. Gleiches muß nach 2 auch von der schweren Masse gelten. Ändert sich also der Zustand eines Systems in beliebiger Weise, ohne daß sich die Gesamtenergie desselben ändert, so ändert sich die Fernwirkung des Systems durch Gravitation nicht, auch dann nicht, wenn ein Teil der Energie des Systems in Gravitationsenergie übergeht. Die gravitierende Masse eines Systems ist bestimmt durch seine Gesamtenergie, seine Gravitationsenergie eingerechnet.

Das Postulat 4 endlich kann wohl durch die Erfahrung nicht begründet werden. Es rechtfertigt sich durch nichts als durch das Vertrauen auf die Einfachheit der Naturgesetze, und wir dürfen uns nicht mit so viel Recht darauf verlassen, daß es zutreffe, wie bei den übrigen drei genannten Axiomen.

Ich bin mir des Umstandes wohl bewußt, daß die Postulate 2—4 mehr einem wissenschaftlichen Glaubensbekenntnis als einem gesicherten Fundamente ähnlich sind. Ich bin auch weit davon entfernt, zu behaupten, daß die beiden im folgenden dargestellten zwei Verallgemeinerungen von Newtons Theorie die einzig möglichen seien; aber ich darf wohl sagen, daß sie bei dem heutigen Stande unseres Wissens die natürlichsten sind.

§ 3. Nordströms Theorie der Gravitation.

Gemäß der bekannten Relativitätstheorie, wie sie mit Anschluß der Gravitationstheorie vorliegt, bewegt sich ein isolierter materieller Punkt gleichförmig in gerader Linie gemäß der Hamiltonschen Gleichung

$$\delta\{\int d\tau\} = 0, \tag{1}$$

wobei

$$d\tau = \sqrt{-dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 - dx_4^2} = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = dt\sqrt{c^2 - q^2} \tag{2}$$

in gewohnter Weise gesetzt ist. Gleichung (1) können wir auch schreiben

$$\delta\{\int H dt\} = 0,$$

wobei

$$H = -m\frac{d\tau}{dt} = -m\sqrt{c^2 - q^2} \tag{1a}$$

die Lagrangesche Funktion des bewegten Punktes, m eine für ihn charakteristische Konstante, seine „Masse" ist. Hieraus ergeben sich — wie Planck dargetan hat — unmittelbar Impuls (I_x, I_y, I_z) und Energie E des Punktes in bekannter Weise[1]).

$$I_x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = m\frac{\dot{x}}{\sqrt{c^2 - q^2}}$$

$$E = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\delta H}{\delta \dot{z}}\dot{z} - H = m\frac{c^2}{\sqrt{c^2 - q^2}}.$$

Zu Nordströms Theorie gelangen wir von hier aus leicht, indem wir folgendes annehmen. Kovarianz der Gleichung besteht nach wie vor bezüglich linearer orthogonaler Substitutionen und zwar nur bezüglich solcher, wie dies gemäß der bekannten Relativitätstheorie der Fall ist. Das Gravitationsfeld kann durch einen Skalar beschrieben werden. Die Bewegung des materiellen Punktes im Schwerefeld kann durch eine Gleichung von Hamiltonscher Form dargestellt werden. Man gelangt dann für die Bewegung des Massenpunktes zu der Gleichung[2])

1) B. Eötvös, Mathem. und naturw. Ber. aus Ungarn. VIII, 1890. Beibl. 15, 688, 1891.

1) Diese Ausdrücke unterscheiden sich von den geläufigen nur um den konstanten Faktor $\frac{1}{c}$.

2) Mit Rücksicht darauf, daß das Hamiltonsche Integral eine Invariante sein muß.

$$\delta\{\int \varphi\, d\tau\} = 0, \qquad (1')$$

wobei (2) mit konstantem c gültig bleibt und φ ein das Gravitationsfeld bestimmender Skalar ist. Für die Fortpflanzung dieses Lichtstrahles wird $dt = 0$, also $q = c$ sein; d. h. die Geschwindigkeit der Lichtausbreitung ist gleich der Konstanten c. Die Lichtstrahlen werden durch das Gravitationsfeld nicht gekrümmt.

An Stelle der Gleichungen (1a) ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} &\delta\{\int H\, dt\} = 0, \\ \text{wobei}\quad &H = -m\varphi\frac{d\tau}{dt} = -m\varphi\sqrt{c^2-q^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (1a')$$

Die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen lauten

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left\{m\varphi\frac{\dot{x}}{\sqrt{c^2-q^2}}\right\} + \\ &+ m\frac{\partial\varphi}{\partial x}\sqrt{c^2-q^2} = 0 \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Hieraus ergeben sich für Impuls, Energie und die vom Schwerefelde auf den Punkt ausgeübte Kraft $\mathfrak{R}$ die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} I_x &= m\varphi\frac{\dot{x}}{\sqrt{c^2-q^2}} \text{ usw.} \\ E &= m\varphi\frac{c^2}{\sqrt{c^2-q^2}} \\ \mathfrak{R}_x &= -m\frac{\partial\varphi}{\partial x}\sqrt{c^2-q^2} \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \qquad (2a)$$

m ist dabei eine für den Massenpunkt charakteristische, von φ und q unabhängige Konstante. Der Ausdruck für $\mathfrak{R}$ zeigt, daß φ die Rolle des Gravitationspotentials spielt. Ferner zeigen die Ausdrücke für I_x und E, daß nach Nordströms Theorie die Trägheit eines Massenpunktes durch das Produkt $m\varphi$ bestimmt wird; je kleiner φ ist, d. h. je größere Massen wir in der Nähe des untersuchten Massenpunktes anhäufen, desto kleiner wird der Trägheitswiderstand, den der Massenpunkt einer Änderung seiner Geschwindigkeit entgegenstellt. Es ist dies eine der physikalisch wichtigsten Konsequenzen der Skalartheorie der Gravitation, auf welche wir später zurückkommen müssen.

In dieser Theorie sowie in der nachher darzulegenden besitzen die Koordinatendifferenzen keine so einfache physikalische Bedeutung wie in der gewöhnlichen Relativitätstheorie. Wir denken uns einen transportabeln Einheitsmaßstab und eine transportable Uhr gegeben, die so läuft, daß das Licht im Vakuum eine Strecke gleich dem Einheitsmaßstab zurücklegt[1]), wenn — auf der Uhr gemessen — die Zeit eins vergeht. Den vierdimensionalen Abstand zweier unendlich benachbarter Raumzeitpunkte, wie er sich mit diesen Meßmitteln genau wie im Falle der gewöhnlichen Relativitätstheorie messen läßt, nennen wir den „natürlichen" vierdimensionalen Abstand $d\tau$ der Raumzeitpunkte. Dieser ist seiner Definition nach eine Invariante und deshalb im Falle der gewöhnlichen Relativitätstheorie gleich $d\tau$. Die letztere Größe bezeichnen wir im Gegensatz zum natürlichen Abstand ihrer Definition gemäß als den „Koordinatenabstand" oder auch kurz als den „Abstand" der Raumzeitpunkte. In unserem Falle ist es aber möglich, daß sich der natürliche Abstand $d\tau_0$ vom Koordinatenabstand $d\tau$ durch einen Faktor unterscheidet, der eine Funktion von φ ist. Wir setzen daher

$$d\tau_0 = \omega\, d\tau. \qquad (3)$$

Wir können ferner von der natürlichen Länge l_0, dem natürlichen Volumen V_0 eines Körpers reden. Es sind dies Länge bzw. Volumen, wie sie sich durch Messung mittelst des mitbewegten Einheitsmaßstabes ergeben. Daneben spielen die in Koordinaten gemessenen Längen l bzw. Volumina V eine Rolle. Es läßt sich zwischen dem Koordinatenvolumen V und dem natürlichen Volumen V_0 die Beziehung

$$\frac{1}{V} = \frac{\omega^3}{V_0}\frac{c\,dt}{d\tau} = \frac{\omega^3 c}{V_0\sqrt{c^2-q^2}} \qquad (4)$$

ableiten. Unter der Masseneinheit verstehen wir ferner die Masse Wasser, welche im natürlichen Volumen eins enthalten ist. Die Masse eines Körpers ist das Verhältnis seiner Trägheit zu der der Einheitsmasse, also ein Skalar. Unter der natürlichen Dichte ϱ_0 verstehen wir die auf Wasser bezogene Dichte oder die Masse im natürlichen Volumen von der Größe 1; ϱ_0 ist also gemäß seiner Definition ein Skalar.

Wir können aus den bisherigen Resultaten weitere Folgerungen ableiten, indem wir von dem materiellen Punkte zum Kontinuum übergehen. Wir erreichen dies, indem wir den materiellen Punkt als ein Kontinuum vom Koordinatenvolumen V und vom natürlichen Volumen V_0 ansehen. Multipliziert man die in (2a) gegebenen Ausdrücke für I_x, E und $\mathfrak{R}_x$ unter Benutzung von (4) mit $\frac{1}{V}$, so erhält man den Impuls i_x usw., die Energie η und die ponderomotorische Kraft $\mathfrak{k}_x$ usw. pro Volumeinheit für eine inkohärente Massenströmung. Unter Berücksichtigung der Relation

$$\varrho_0 = \frac{m}{V_0}$$

erhält man

1) Die Annahme, daß dies an allen Orten und zu allen Zeiten erreichbar sei, wollen wir machen; es handelt sich dabei um einen Spezialfall des Postulates (4).

$$\left.\begin{aligned} ici_x &= \frac{icI_x}{V} = \varrho_0 c\varphi\omega^3 \frac{dx_1}{d\tau}\frac{dx_4}{d\tau} \\ -\eta &= -\frac{E}{V} = \varrho_0 c\varphi\omega^3 \frac{dx_4}{d\tau}\frac{dx_4}{d\tau} \\ \mathfrak{k}_x &= \frac{\mathfrak{K}_x}{V} = -\varrho_0 c\omega^3 \frac{\partial\varphi}{\partial x}. \end{aligned}\right\} \quad (2b)$$

In der ersten dieser Gleichungen bedeutet i die imaginäre Einheit. Wir erinnern nur an den Ausdruck des Impulsenergiesatzes in der Relativitätstheorie. Sind X_x usw. die verallgemeinerten Druckspannungen, f_x usw. Komponenten der Energiestromdichte, so bilden die Größen

$$\begin{matrix} X_x & X_y & X_z & ici_x \\ Y_x & Y_y & Y_z & ici_y \\ Z_x & Z_y & Z_z & ici_z \\ \frac{i}{c}f_x & \frac{i}{c}f_y & \frac{i}{c}f_z & -\eta \end{matrix}$$

einen symmetrischen Tensor, den wir mit $T_{\mu\nu}$ bezeichnen wollen (μ und ν sind von 1 bis 4 laufende Indizes). Bezeichnet ferner $\mathfrak{k}$ die von den äußeren Kräften auf die Materie pro Volumeinheit übertragene Leistung, so ist

$$\mathfrak{k}_x,\ \mathfrak{k}_y,\ \mathfrak{k}_z,\ \frac{i}{c}\mathfrak{k}$$

ein Vierervektor, dessen Komponenten k_μ genannt seien. Der Impulsenergiesatz ist dann durch die vier Gleichungen

$$\sum_\nu \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = k_\mu \ (\mu = 1 \text{ bis } \mu = 4) \quad (5)$$

ausgedrückt. Dies Schema kann — wie die Gleichungen (2b) zeigen — in unserem Falle der Strömung inkohärenter Massen im Schwerefelde ohne weiteres Anwendung finden, indem man setzt

$$\left.\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= \varrho_0 c\varphi\omega^3 \frac{dx_\mu}{dt}\frac{dx_\nu}{d\tau} \\ k_\mu &= -\varrho_0 c\omega^3 \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}. \end{aligned}\right\} \quad (5a)$$

Wir haben bisher nur die Frage behandelt, wie ein Gravitationsfeld auf die Materie wirkt, aber nicht die Frage, nach welchem Gesetze die Materie umgekehrt das Gravitationsfeld bestimmt. Im Falle der Nordströmschen Theorie ist letzteres durch einen Skalar φ gegeben; es muß also auch ein zu dem felderzeugenden Vorgang gehöriger Skalar sein, der in die gesuchte Differentialgleichung für φ eingeht. Dieser Skalar kann nur der Skalar

$$\sum_\sigma T_{\sigma\sigma}$$

sein, dessen Existenz und Bedeutung von Laue besonders hervorgehoben wurde. Bilden wir diesen Skalar für den Fall der inkohärenten Massenströmung, so erhalten wir unter Benutzung von (5a)

$$\sum_\sigma T_{\sigma\sigma} = -\varrho_0 c\varphi\omega^3,$$
$$k_\mu = \sum_\sigma T_{\sigma\sigma} \cdot \frac{1}{\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}.$$

An Stelle von (5) erhalten wir also

$$\sum_\nu \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \sum_\sigma T_{\sigma\sigma} \cdot \frac{1}{\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}. \quad (5b)$$

Diese Gleichung ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil in ihr nichts mehr auftritt, was an den von uns behandelten Fall der inkohärenten Massenströmung erinnert. Gleichung (5b) wird nach Nordströms Theorie die Energiebilanz eines beliebigen materiellen Vorganges ausdrücken, wenn für $T_{\mu\nu}$ der diesem Vorgang entsprechende Spannungsenergietensor eingesetzt wird.

Aus Gleichung (5b) geht hervor, daß Nordströms Theorie dem Postulat 2 gerecht wird. Wird nämlich ein materielles System von solcher Kleinheit betrachtet, daß $\frac{\partial \lg\varphi}{\partial x_\mu}$ für die räumliche Ausdehnung dieses Systems als merklich konstant angesehen werden kann, so erhält man für die vom Gravitationsfeld auf das System im ganzen in der X-Richtung ausgeübte Kraft:

$$\frac{\partial\lg\varphi}{\partial x_\mu}\int\sum T_{\sigma\sigma}dv = \frac{\partial\lg\varphi}{\partial x_\mu}\int T_{44}dv = -\frac{\partial\lg\varphi}{\partial x_\mu}\int\eta dv.$$

dv ist dabei das dreidimensionale Raumelement. Diese Umformung beruht auf dem Laueschen Satze, daß für ein abgeschlossenes System

$$\int\Sigma T_{11}\,dv = \int\Sigma T_{22}\,dv = \int\Sigma T_{31}\,dv = 0$$

ist. Damit ist bewiesen, daß für die Schwere eines abgeschlossenen Systems seine Gesamtmenge maßgebend ist.

Gleichung (5b) erlaubt uns ferner, die unbestimmt gelassene Funktion φ zu bestimmen aus der physikalischen Voraussetzung, daß aus einem statischen Schwerefelde durch Kreisprozesse keine Arbeit zu gewinnen ist. In § 7 meiner gemeinsam mit Herrn Großmann über Gravitation publizierten Arbeit habe ich einen Widerspruch der Skalartheorie gegen den genannten Grundsatz konstruiert, bin dabei aber von der stillschweigenden Voraussetzung $\omega = \text{konst.}$ ausgegangen. Der Widerspruch löst sich aber, wie leicht zu zeigen ist, wenn man setzt

$$l = \frac{l_0}{\omega} = \frac{\text{konst.}}{\varphi}$$

oder

$$\omega = \text{konst.} \cdot \varphi. \quad (6)$$

Wir werden später für diese Festsetzung noch eine zweite Begründung angeben.

Es ist nun einfach, die allgemeine Gleichung für das Gravitationsfeld aufzustellen, welche als Verallgemeinerung der Poissonschen Gleichung für das Gravitationsfeld aufzufassen ist. Man hat nämlich den Laueschen Skalar einem solchen skalaren Differentialausdruck der Größe φ gleichzusetzen, daß für den materiellen Vorgang und das Gravitationsfeld zusammen die Erhaltungssätze gelten. Man erreicht dies, indem man setzt

$$-\varkappa \Sigma T_{\alpha\alpha} = \varphi \Box \varphi, \qquad (7)$$

wobei $\varkappa$ eine universelle Konstante (Gravitationskonstante, und $\Box$ den Operator

$$\sum_{\tau} \frac{\partial^2}{\partial x_\tau^2} \quad (\tau \text{ von } 1 \text{ bis } 4)$$

bedeutet. Daß die Erhaltungssätze wirklich erfüllt sind, folgt aus Gleichungen (5b) und (7) vermöge der aus (7) folgenden Identität

$$\sum_{\alpha} T_{\alpha\alpha} \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} = -\frac{1}{\varkappa} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_\alpha^2} =$$

$$= -\sum_{\nu} \frac{\partial t_{\mu\nu}}{\partial x_\nu},$$

wobei

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{\varkappa} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\tau} \frac{\partial \varphi^2}{\partial x_\tau} \right| \qquad (8)$$

gesetzt ist. $\delta_{\mu\nu}$ bedeutet 1 bzw. 0, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$ ist. $t_{\mu\nu}$ ist die Komponente des Spannungsenergietensors des Gravitationsfeldes; denn es folgt aus der vorletzten Gleichung und (5b)

$$\sum_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} (T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}) = 0. \qquad (9)$$

Postulat (1) ist also erfüllt. Es läßt sich ferner beweisen, daß im Einklang mit Postulat (2) die Zahl der von einem abgeschlossenen stationären System ins Unendliche entsandten Gravitationslinien lediglich von der Gesamtenergie des Systems abhängt.

Im Einklang mit Postulat 4 steht ferner folgendes. Bringt man an den Enden einer natürlichen Länge l_0 — einander zugekehrt — zwei Spiegel an, zwischen denen man einen Vakuum-Lichtstrahl hin und hergehen läßt, so repräsentiert dies System eine Uhr (Lichtuhr). Läßt man zwei Massen m_1 und m_2 in der natürlichen Distanz l_0 umeinander unter den Einfluß ihrer Gravitationswechselwirkung kreisen, so repräsentiert dies System ebenfalls eine Uhr (Gravitationsuhr). Man kann mittelst der entwickelten Gleichungen leicht dartun, daß die relative Ganggeschwindigkeit dieser beiden Uhren, falls sie sich in demselben Gravitationspontential befinden, vom Absolutwert dieses Potentials unabhängig ist. Es ist dies eine indirekte Bestätigung des in Gleichung (6) für ω gegebenen Ausdruckes.

Zusammenfassend können wir sagen, daß die Nordströmsche Skalartheorie, welche an dem Postulat der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit festhält, allen Bedingungen entspricht, die an eine Theorie der Gravitation beim heutigen Stande der Erfahrung gestellt werden können. Unbefriedigend bleibt lediglich der Umstand, daß nach dieser Theorie die Trägheit der Körper zwar durch die übrigen Körper beeinflußt, aber doch nicht verursacht erscheint, denn es ist nach dieser Theorie die Trägheit eines Körpers desto größer, je weiter wir die übrigen Körper von ihm entfernen.

§ 4. Ist der Versuch einer Erweiterung der Relativitätstheorie gerechtfertigt?[1])

Wenn wir einem nicht Eingeweihten zeigen wollen, inwiefern die Aufstellung der Relativitätstheorie empirisch gerechtfertigt ist, so können wir ihm folgendes zeigen. Wenn sich jemand in einem gleichmäßig in gerader Linie fahrenden Eisenbahnwagen befindet, dessen Fenster verhängt sind, so ist es ihm unmöglich, darüber zu entscheiden, in welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit der Wagen fährt; wenn von dem unvermeidlichen Rütteln des Wagens abstrahiert wird, so ist es nicht einmal möglich, zu entscheiden, ob der Wagen fährt oder nicht. Abstrakt ausgedrückt: Mit Bezug auf ein gegen das ursprüngliche Bezugssystem (Erdboden) gleichförmig bewegtes System (Wagen) sind die Gesetze des Geschehens die nämlichen wie mit Bezug auf das ursprüngliche System (Erdboden); wir nennen diese Aussage das Relativitätsprinzip der gleichförmigen Bewegung.

Man wird aber geneigt sein hinzuzusetzen: Anders freilich ist es, wenn der Eisenbahnwagen sich ungleichförmig bewegt; ändert der Wagen seine Geschwindigkeit, so erhält der Passagier einen Ruck, an dem er die Beschleunigung des Wagens zu fühlen bekommt. Abstrakt gesprochen: Es gibt kein Relativitätsprinzip der ungleichförmigen Bewegung. Diese Schlußweise wäre aber nicht einwandfrei; denn es ist doch nicht sicher, ob der Insasse des Wagens den Ruck, den er verspürte, notwendig auf eine Beschleunigung des Wagens zurückführen muß. Daß dieser Schluß verfrüht ist, erkennt man aus folgendem Beispiele.

Zwei Physiker, A und B, erwachen aus narkotischem Schlafe und bemerken, daß sie sich in einem geschlossenen Kasten mit undurchsichtigen Wänden befinden, versehen mit

1) Vgl. A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) 35, 898, 1911.

all ihren Apparaten. Sie haben keine Kenntnis davon, wo der Kasten angeordnet bzw. ob und wie er bewegt ist. Sie konstatieren nun, daß Körper, die sie in die Mitte des Kastens bringen und loslassen, alle nach derselben Richtung — sagen wir nach unten — mit der allen gemeinsamen Beschleunigung γ fallen. Was können die Physiker daraus schließen? — A schließt daraus, daß der Kasten ruhig auf einem Himmelskörper liege, und daß die Richtung nach unten diejenige nach dem Zentrum des Himmelskörpers sei, falls dieser kugelförmig sein sollte. B aber vertritt den Standpunkt, daß der Kasten durch eine außen an ihm angreifende Kraft in gleichförmig beschleunigter Bewegung nach „oben" von der Beschleunigung γ erhalten sein könne; ein Himmelskörper brauche nicht in der Nähe zu sein. Gibt es für die beiden Physiker ein Kriterium, nach dem sie entscheiden könnten, wer recht hat? Wir kennen kein derartiges Kriterium, aber wir wissen nicht, ob es kein Kriterium gibt. Immerhin aber spricht der exakte Versuch von Eötvös über die Gleichheit der trägen und der schweren Masse dafür, daß es kein solches Kriterium gibt. Man sieht, daß in diesem Zusammenhange der Eötvössche Versuch eine ähnliche Rolle spielt wie der Michelsonsche Versuch bei der Frage der physikalischen Nachweisbarkeit einer gleichförmigen Bewegung.

Falls es für die beiden Physiker wirklich prinzipiell nicht unterscheidbar ist, welche der beiden Auffassungen die zutreffende ist, kommt der Beschleunigung ebensowenig[1]) eine absolute physikalische Bedeutung zu wie der Geschwindigkeit. Dasselbe Bezugssystem ist mit gleichem Rechte als beschleunigt oder als nicht beschleunigt zu bezeichnen; je nach der gewählten Auffassung hat man dann aber ein Gravitationsfeld als vorhanden anzusetzen, welches zusammen mit dem eventuellen Beschleunigungszustand des Systems die Relativbewegung frei beweglicher Körper gegen das Bezugssystem bestimmt.

Der Umstand, daß sich in nach unserer Auffassung unbeschleunigten Bezugssystemen die Körper bei Vorhandensein eines Schwerefeldes genau so verhalten, wie wenn das Bezugssystem beschleunigt wäre, drängt uns dazu, eine Ausdehnung des Relativitätsprinzips auf den Fall beschleunigter Bezugssysteme zu versuchen.

Vom mathematischen Standpunkt aus kommt dies darauf hinaus, daß wir eine Kovarianz der die Naturgesetze ausdrückenden Gleichungen nicht nur gegenüber linearen orthogonalen Substitutionen fordern, sondern auch noch bezüglich weiterer, insbesondere nicht linearer Transformationen; denn nur nicht lineare Substitutionen entsprechen einem Übergange auf relativ beschleunigte Systeme. Dabei tritt aber die Schwierigkeit auf, daß unsere geringen empirischen Kenntnisse über das Gravitationsfeld keine zuverlässige Deduktion der Substitutionen zulassen, für welche die Kovarianz der Gleichungen gefordert werden muß. In einer gemeinsam mit meinem Freunde Großmann ausgeführten Untersuchung[1]) zeigte es sich, daß es möglich und zweckmäßig ist, die Kovarianz der Gleichungen zunächst bezüglich beliebiger Substitutionen zu fordern.

Vorher noch eine Bemerkung zur Beseitigung eines naheliegenden Mißverständnisses. Ein Anhänger der gegenwärtigen Relativitätstheorie bezeichnet mit einem gewissen Recht die Geschwindigkeit eines Massenpunktes als „scheinbar". Er kann nämlich ein Bezugssystem so wählen, daß der Massenpunkt in dem betreffenden Augenblick die Geschwindigkeit Null besitzt. Liegt aber ein Punktsystem vor, dessen Massenpunkte verschiedene Geschwindigkeiten haben, so kann er kein Bezugssystem einführen, derart, daß in bezug auf dies Bezugssystem die Geschwindigkeit aller Massenpunkte verschwindet. In analoger Weise kann ein auf unserem Standpunkte stehender Physiker das Gravitationsfeld als „scheinbar" bezeichnen, denn er kann es durch passend gewählten Beschleunigungszustand erreichen, daß in einem bestimmten Raumzeitpunkte kein Gravitationsfeld vorhanden ist. Aber es ist einleuchtend, daß dies Verschwinden des Gravitationsfeldes im allgemeinen nicht für ausgedehnte Gravitationsfelder durch eine Transformation erzielt werden kann. Man wird beispielsweise das Gravitationsfeld der Erde durch Wahl eines passenden Bezugssystems nicht zum Verschwinden bringen können.

§ 5. Charakterisierung des Schwerefeldes; Einwirkung desselben auf physikalische Vorgänge.

Da wir über die Gesamtheit der zulässigen Raumzeitsubstitutionen im ungewissen sind, ist es — wie bereits bemerkt — zunächst das natürlichste, beliebige Substitutionen der Variabeln x, y, z, t zuzulassen, welche Variable wir bequemer mit x_1, x_2, x_3, x_4 bezeichnen. Es erweist sich bei der zu betrachtenden Verallgemeinerung als zwecklos, eine imaginäre Zeitkoordinate einzuführen.

Wir betrachten zunächst ein Raumzeitgebiet, in welchem bei passender Wahl des Koordinatensystems ein Gravitationsfeld nicht vorhan-

1) Diese Auffassung wird in § 6 modifiziert werden; einstweilen aber wollen wir streng an ihr festhalten.

1) Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation. Leipzig, B. G. Teubner. 1913.

den ist. Wir haben dann den Fall vor uns, der aus der gewöhnlichen Relativitätstheorie geläufig ist. Ein freier Massenpunkt bewegt sich gradlinig und gleichförmig gemäß der Gleichung

$$\delta\{\int\sqrt{-dx^2-dy^2-dz^2+c^2dt^2}\}=0.$$

Führen wir neue Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 durch eine beliebige Substitution ein, so erfolgt bezüglich des neuen Systems die Bewegung des Punktes gemäß der Gleichung

$$\left.\begin{aligned}&\delta\{\int ds\}=0,\\ \text{wobei}\quad&ds^2=\sum_{\mu\nu}g_{\mu\nu}\,dx_\mu\,dx_\nu\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{b})$$

gesetzt ist. Hierfür können wir auch setzen

$$\left.\begin{aligned}&\delta\{\int H\,dt\}=0,\\ \text{wobei}\quad&H=-m\frac{ds}{dt}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{b}')$$

gesetzt ist. H ist die Hamiltonsche Funktion.

Im neuen System wird die Bewegung des Massenpunktes durch die Größen $g_{\mu\nu}$ bestimmt, welche nach den allgemeinen Betrachtungen des vorigen Paragraphen als die Komponenten eines Gravitationsfeldes aufzufassen sind, sobald wir das neue System als „ruhend" betrachten wollen. Allgemein wird jedes Schwerefeld durch zehn Komponenten $g_{\mu\nu}$ definiert sein, die Funktionen von x_1, x_2, x_3, x_4 sind. Die Bewegung des materiellen Punktes wird stets durch Gleichungen der angegebenen Form bestimmt sein. Das Element ds muß seiner physikalischen Bedeutung nach eine Invariante bezüglich aller Substitutionen sein. Hierdurch ist das Transformationsgesetz für die Komponenten $g_{\mu\nu}$ festgelegt, wenn die Koordinatentransformation gegeben ist. ds ist die einzige Invariante, welche zu dem vierdimensionalen Linienelement (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) gehört. Wir nennen es den Betrag oder die Größe des Linienelementes. Im Falle des Fehlens eines Gravitationsfeldes reduziert sich bei passender Wahl der Variabeln das System der $g_{\mu\nu}$ auf das System

$$\begin{matrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & c^2\end{matrix}$$

Wir kommen dann auf den Fall der gewöhnlichen Relativitätstheorie zurück.

Das Gesetz der Lichtausbreitung wird durch die Gleichung

$$ds=0$$

bestimmt sein. Hieraus erkennt man, daß die Lichtgeschwindigkeit im allgemeinen nicht nur vom gewählten Raumzeitpunkt, sondern auch von der Richtung abhängen wird. Daß wir davon nichts merken, rührt daher, daß in dem uns zugänglichen Raumzeitgebiet die $g_{\mu\nu}$ fast konstant sind, und daß wir das Bezugssystem so wählen können, daß die $g_{\mu\nu}$ bis auf kleine Abweichungen die vorhin angegebenen konstanten Werte besitzen.

Genau wie bei Nordströms Theorie können wir hier von der natürlichen Länge eines vierdimensionalen Elementes reden. Es ist dies die mit einem transportabeln Einheitsmaßstab und einer transportabeln Uhr gemessene Länge des Elementes. Diese natürliche Länge ist ihrer Definition nach ein Skalar und muß daher bis auf eine Konstante, die wir gleich 1 setzen, dem Betrag ds des Elementes gleich sein. Dadurch ist die Beziehung zwischen Koordinatendifferentialen einerseits, meßbaren Längen und Zeiten andererseits gegeben; da in diese Beziehung die Größen $g_{\mu\nu}$ eingehen, besitzen die Koordinaten für sich allein keine physikalische Bedeutung. Auch die Festsetzungen für die Masse und die natürliche Dichte bleiben ungeändert verwendbar.

Von den Gleichungen (1b) und (1b′) ausgehend können wir nun — genau wie bei unserer Betrachtung von Nordströms Theorie — die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes aufstellen. Diesen entnehmen wir die Ausdrücke für den Impuls I, die Energie E des Massenpunkts und für die vom Schwerefelde auf den letzteren ausgeübte Kraft $\mathfrak{K}$. Ebenso wie dort können wir die entsprechenden Ausdrücke für die Volumeneinheit ableiten und erhalten

$$\left.\begin{aligned}i_x&=-\varrho_0\sqrt{-g}\sum_{\nu s}g_{1\nu}\frac{dx_\nu}{dx_s}\frac{dx_4}{dx_s}\\ -\eta&=-\varrho_0\sqrt{-g}\sum_{\nu s}g_{4\nu}\frac{dx_\nu}{dx_s}\frac{dx_4}{dx_s}\\ \mathfrak{k}_x&=-\frac{1}{2}\varrho_0\sqrt{-g}\sum_{\nu s}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{dx_1}\frac{dx_\mu}{dx_s}\frac{dx_\nu}{dx_s}.\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{c})$$

Hieraus erhalten wir wie dort den Impulsenergiesatz für die inkohärente Massenströmung:

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}(\sqrt{-g}\,g_{\sigma\mu}\Theta_{\mu\nu})-\\ &-\frac{1}{2}\sum_{\mu\nu}\sqrt{-g}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}\Theta_{\mu\nu}=0\,(\sigma=1,2,3,4)\\ &\Theta_{\mu\nu}=\varrho_0\frac{dx_\mu}{ds}\frac{dx_\nu}{ds}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{b})$$

g bedeutet hierbei die Determinante der $g_{\mu\nu}$. Die drei ersten der Gleichungen (5b) drücken den Impulssatz, die letzte den Energiesatz aus. Wir können diesem Gleichungssystem eine noch etwas übersichtlichere Form geben, indem wir die Größen

$$\mathfrak{T}_{\sigma\nu} = \sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\, \Theta_{\mu\nu}$$

einführen. Es ergibt sich dann

$$\sum_{\nu} \frac{\partial \mathfrak{T}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\tau} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} \gamma_{\mu\tau}\, \mathfrak{T}_{\tau\nu}, \qquad (5c)$$

wobei $\gamma_{\mu\tau}$ die durch g dividierte Unterdeterminante zu $g_{\mu\tau}$ bedeutet. Die physikalische Bedeutung der Größen $T_{\sigma\nu}$ geht aus folgendem Schema hervor:

$$\begin{array}{cccc} \mathfrak{T}_{11} & \mathfrak{T}_{12} & \mathfrak{T}_{13} & \mathfrak{T}_{14} \\ \mathfrak{T}_{21} & \mathfrak{T}_{22} & \mathfrak{T}_{23} & \mathfrak{T}_{24} \\ \mathfrak{T}_{31} & \mathfrak{T}_{32} & \mathfrak{T}_{33} & \mathfrak{T}_{34} \\ \mathfrak{T}_{41} & \mathfrak{T}_{42} & \mathfrak{T}_{43} & \mathfrak{T}_{44} \end{array} = \begin{array}{c} X_x\, Y_x\, Z_x\, i_x \\ Y_x\, Y_y\, Y_z\, i_y \\ Z_x\, Z_y\, Z_z\, i_z \\ f_x\, f_y\, f_z\, \eta, \end{array}$$

wobei die auf der rechten Seite angegebenen Beziehungen dieselbe Bedeutung haben wie in § 3. Die rechte Seite von (5c) drückt den vom Gravitationsfeld pro Volumen- und Zeiteinheit abgegebenen Impuls ($\delta = 1-3$) bzw. die abgegebene Energie ($\delta = 4$) aus.

Die Gleichungen (5b) und (5c) haben ohne Zweifel eine Bedeutung, die weit über den Fall der betrachteten Strömung inkohärenter Massen hinausgeht; sie drücken wahrscheinlich überhaupt die Impuls- und Energiebilanz zwischen einem physikalischen Vorgange und dem Schwerefelde aus. Nur sind für jedes besonders physikalische Gebiet die Größen $\Theta_{\mu\nu}$ und $\mathfrak{T}_{\mu\nu}$ in besonderer Weise auszudrücken.

§ 6. Bemerkungen über die mathematische Methode.

In der skizzierten Theorie kann die gewöhnliche vierdimensionale Vektoren- und Tensorentheorie keine Anwendung finden, weil Σdx_ν^2 nach ihr keine Invariante ist. Die fundamentale Invariante, welche wir als Betrag des Linienelementes bezeichnet haben, ist vielmehr

$$ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu.$$

Es ist aber die Theorie der Kovarianten einer solchen durch ihr Linienelement definierten vierdimensionalen Mannigfaltigkeit unter dem Namen „absoluter Differentialkalkül" bereits entwickelt worden, und zwar insbesondere durch Ricci und Levi-Cività[1]), welche Autoren sich hauptsächlich auf eine grundlegende Arbeit von Christoffel[2]) stützten, her. Eine übersichtliche Darstellung der wichtigsten Sätze findet man in dem von Herrn Großmann verfaßten Teile unserer zitierten Arbeit.

Man unterscheidet in dieser Theorie mehrere Arten von Tensoren, nämlich kovariante, kontravariante und gemischte Tensoren, für welche ähnliche algebraische Gesetze gelten, wie in dem allgemein bekannten Falle, der durch das euklidische Linienelement charakterisiert ist. Auch Differentialoperationen, die — an Tensoren ausgeführt — wieder Tensoren liefern, sind aufgestellt worden, so daß sich zu den algebraischen und Differentialbeziehungen der gewöhnlichen Vektoren- und Tensorentheorie die entsprechenden für den Fall des allgemeineren Linienelements angeben lassen.

Es sei bemerkt, daß dx_ν die νte Komponente eines kontravarianten Tensors 1. Ranges (d. h. mit einem Index) ist. $g_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma_{\mu\nu}$ sind die Komponenten eines kovarianten bzw. kontravarianten Tensors 2. Ranges, den wir seiner Bedeutung für das Linienelement wegen „Fundamentaltensor" nennen. $\Theta_{\mu\nu}$ ist ein kontravarianter Tensor zweiten Ranges, $\frac{1}{\sqrt{-g}}\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ ein gemischter Tensor zweiten Ranges.

Gleichung (5b) drückt das Verschwinden der „Divergenz" des Tensors $\Theta_{\mu\nu}$ aus. Hieraus geht hervor, daß Gleichung (5b) bezüglich beliebiger Substitutionen kovariant ist, was natürlich auch vom physikalischen Standpunkt aus gefordert werden muß.

Indem man die Gleichungen der Relativitätstheorie mittels des absoluten Differentialkalküls durch die entsprechenden Gleichungen ersetzt, erhält man Gleichungssysteme, die dem Einfluß des Gravitationsfeldes auf das behandelte Erscheinungsgebiet Rechnung tragen. Diese Aufgabe ist für die elektromagnetischen Vorgänge im Vakuum von Kottler[1]) bereits gelöst worden.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß die Frage nach dem Einfluß des Gravitationsfeldes auf beliebige physikalische Vorgänge im Prinzip befriedigend gelöst ist, und zwar derart, daß die betreffenden Gleichungen beliebigen Substitutionen gegenüber kovariant sind. Die Raumzeitkoordinaten sinken dabei zu an sich bedeutungslosen, willkürlich wählbaren Hilfsvariabeln herab. Das ganze Problem der Gravitation wäre also befriedigend gelöst, wenn es auch gelänge, bezüglich beliebiger Substitutionen kovariante Gleichungen zu finden, welchen die das Gravitationsfeld selbst bestimmenden Größen $g_{\mu\nu}$ genügen. In dieser Weise gelang es uns aber nicht, das Problem zu lösen[2]). Die Lösung gelang aber in der Weise, daß nachträglich wieder das Bezugssysten spezialisiert wurde. Zu diesem Wege gelangt man ungezwungen durch folgende Überlegung. Es ist klar, daß für irgend-

1) Ricci u. Levi-Cività, Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. Math. Ann. **54**, 125, 1900.

2) Christoffel, Über Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Ranges. Journ. f. Math. **70**, 46, 1869.

1) Kottler, Über die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt. Wien. Ber. **121**, 1912.

2) In den letzten Tagen fand ich den Beweis dafür, daß eine derartige allgemein kovariante Lösung überhaupt nicht existieren kann.

einen materiellen Vorgang allein (d. h. ohne sein Gravitationsfeld) die Erhaltungssätze des Impulses und der Energie nicht erfüllt sein können. Diesem Umstand entspricht das Auftreten des Gliedes auf der rechten Seite von (5c). Andererseits müssen wir wohl fordern, daß für den materiellen Vorgang und das Gravitationsfeld zusammen die Erhaltungssätze erfüllt sind. Es kommt dies darauf hinaus, daß wir die Existenz von Ausdrücken $t_{\sigma\nu}$ für Spannungen, Impuls-, Energiestrom- und Energiedichte des Gravitationsfeldes fordern, die mit den entsprechenden Größen $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ des materiellen Vorganges zusammen die Beziehung

$$\sum_{\nu} \frac{\partial (\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu})}{\partial x_\nu} = 0$$

erfüllen. Falls $t_{\sigma\nu}$ invariantentheoretisch denselben Charakter haben soll wie $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$, so kann die linke Seite dieser Gleichung nicht beliebigen Transformationen gegenüber kovariant sein; sie ist dies wahrscheinlich nur beliebigen linearen Transformationen gegenüber.

Indem wir also die Gültigkeit der Erhaltungssätze fordern, spezialisieren wir das Bezugssystem in weitgehendem Maße und verzichten damit auf die Aufstellung der Gravitationsgleichungen in allgemein kovarianter Form.

Hier steckt also die Grenze der Anwendbarkeit der im § 4 gegebenen Überlegungen. Geht man aus von einem Bezugssystem, in bezug auf welches die Erhaltungssätze in der angegebenen Form gelten, und führt man durch eine Beschleunigungstransformation ein neues Bezugssystem ein, so sind in bezug auf letzteres die Erhaltungssätze nicht mehr erfüllt. Trotzdem glaube ich, daß die auf Grund der im § 1 gegebenen Überlegungen abgeleiteten Gleichungen deswegen nicht ihre Basis verlieren. Denn einerseits ist es gewiß möglich, die Vorgänge in bezug auf beliebige Bezugssysteme zu beschreiben; andererseits ist nicht einzusehen, wie jene Gleichungen durch die hier eingeführte Spezialisierung des Bezugssystems sich spezialisieren sollten.

§ 7. Gleichungssystem für das Gravitationsfeld.

Das gesuchte Gleichungssystem soll eine Verallgemeinerung der Poissonschen Gleichung

$$\Delta\varphi = 4\pi k \varrho$$

sein. Da an Stelle des φ in unserer Theorie die 10 Größen $g_{\mu\nu}$ das Gravitationsfeld bestimmen, so werden wir an Stelle der einen Gleichung 10 Gleichungen erhalten. Ebenso wird statt ϱ der zehngliedrige symmetrische Tensor $\Theta_{\mu\nu}$ auf der rechten Seite der Gleichungen als felderregend auftreten, so daß die gesuchten Gleichungen von der Form

$$\Gamma_{\mu\nu} = \varkappa \Theta_{\mu\nu}$$

sein werden. $\Gamma_{\mu\nu}$ wird ein aus den Größen $g_{\mu\nu}$ gebildeter Differentialausdruck sein, von dem wir wissen, daß er bezüglich linearer Transformationen kovariant sein muß. Ich nahm ferner an, daß $\Gamma_{\mu\nu}$ keine höheren als zweite Differentialquotienten enthalte. Ferner erfordert der Erhaltungssatz folgendes: Wenn man im zweiten Glied von (5b) $\Theta_{\mu\nu}$ durch $\frac{1}{\varkappa}\Gamma_{\mu\nu}$ ersetzt, so muß sich dies Glied so umformen lassen, daß es sich — wie das erste Glied von (5b) — als eine Summe von Differentialquotienten schreiben läßt. Diese Bedingungen lieferten mir einen, so weit ich sehe, eindeutigen Weg zur Ermittlung von $\Gamma_{\mu\nu}$ und damit der gesuchten Gleichungen. Diese lauten:

$$\Delta_{\mu\nu}(\gamma) = \varkappa(\Theta_{\mu\nu} + \vartheta_{\mu\nu}), \qquad (7a)$$

wobei

$$\Delta_{\mu\nu}(\gamma) = \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\gamma_{\alpha\beta}\sqrt{-g}\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) - \\ - \sum_{\alpha\beta\varepsilon\varrho} \gamma_{\alpha\beta} g_{\varepsilon\varrho} \frac{\partial \gamma_{\mu\varepsilon}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma_{\nu\varrho}}{\partial x_\beta}$$

und

$$-2\varkappa\vartheta_{\mu\nu} = \sum_{\alpha\beta\varepsilon\varrho}\left(\gamma_{\alpha\mu}\gamma_{\beta\nu}\frac{\partial \gamma_{\varepsilon\varrho}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma_{\varepsilon\varrho}}{\partial x_\beta} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\gamma_{\mu\nu}\gamma_{\beta\nu}\frac{\partial g_{\varepsilon\varrho}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma_{\varepsilon\varrho}}{\partial x_\beta}\right)$$

gesetzt ist. Die Impulsenergiegleichung für den materiellen Vorgang und das Gravitationsfeld zusammen nimmt die Form an

$$\sum_{\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}\{\sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}(\Theta_{\mu\nu} + \vartheta_{\mu\nu})\} = 0. \qquad (9a)$$

Aus (9a) sieht man, daß $\vartheta_{\mu\nu}$ für das Schwerefeld die gleiche Rolle spielt wie $\Theta_{\mu\nu}$ für den materiellen Vorgang. Bezüglich linearer Transformationen ist $\vartheta_{\mu\nu}$ ein kontravarianter Tensor, wir wollen ihn kontravarianten Spannungsenergietensor des Gravitationsfeldes nennen. Im Einklang mit dem Postulat (2) tritt $\vartheta_{\mu\nu}$ wie $\Theta_{\mu\nu}$ als felderregende Ursache auf.

Etwas einfacher werden die Gleichungen, wenn man die Spannungskomponenten

$$\mathfrak{T}_{\sigma\nu} = \sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\Theta_{\mu\nu}$$

und

$$t_{\sigma\nu} = \sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\vartheta_{\mu\nu}$$

selbst in die Gleichungen einführt. Diese erhalten dann die Form:

$$\left.\begin{aligned}\sum_{\alpha\beta\mu}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\,\gamma_{\alpha\beta}g_{\sigma\mu}\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = \\ \varkappa(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu})\end{aligned}\right\} \qquad (7b)$$

$$-2\varkappa \mathfrak{t}_{\sigma\nu} = \sqrt{-g}\Big(\sum_{\beta\tau\varrho} \gamma_{\beta\nu} \frac{\partial g_{\tau\varrho}}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \gamma_{\tau\varrho}}{\partial x_\beta} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\tau\varrho} \partial_{\sigma\nu} \gamma_{\alpha\beta} \frac{\partial g_{\tau\varrho}}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \gamma_{\tau\varrho}}{\partial x_\beta}\Big).$$

Der Erhaltungssatz nimmt dann die Form an

$$\sum_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu}(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu}) = 0. \qquad (9\,b)$$

Gleichung (7b) läßt den Schluß zu, daß die so erlangten Gleichungen dem Postulat (2) Genüge leisten[1]).

§ 8. Das Newtonsche Gravitationsfeld.

Die aufgestellten Gravitationsgleichungen sind zwar von großer Kompliziertheit. Aber es lassen sich einige wichtige Konsequenzen derselben auf Grund folgender Überlegung leicht ableiten. Wäre die gewöhnliche Relativitätstheorie in der bekannten Form genau richtig, so wären die $g_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma_{\mu\nu}$ durch folgende Tabellen gegeben:

Tabelle der $g_{\mu\nu}$

-1	0	0	0
0	-1	0	0
0	0	-1	0
0	0	0	c^2

Tabelle der $\gamma_{\mu\nu}$

-1	0	0	0
0	-1	0	0
0	0	-1	0
0	0	0	$\frac{1}{c^2}$

Die Gravitationsgleichungen lassen es aber nicht zu, daß die Komponenten des Fundamentaltensors diese Werte in einem endlichen Gebiete wirklich haben können, falls in diesem Gebiete irgendein physikalischer Vorgang stattfindet. Es zeigt sich jedoch, daß die Abweichungen der Tensorkomponenten von den angegebenen konstanten Werten für die uns zugänglichen Gebiete der Welt als sehr kleine Größen aufzufassen sind. Wir erhalten eine weitgehende Approximation, wenn wir jene Abweichungen, die wir mit $g^*_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma^*_{\mu\nu}$ bezeichnen wollen, nebst ihren Ableitungen nur da berücksichtigen, wo sie linear auftreten, aber alle jene Terme vernachlässigen, in denen zwei derartige Größen miteinander multipliziert sind. Die Gleichungen (7a) bzw. (7b) nehmen dann die Form an

$$\left.\begin{aligned} \square g^*_{\mu\nu} = \frac{\partial^2 g^*_{\mu\nu}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g^*_{\mu\nu}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g^*_{\mu\nu}}{\partial z^2} - \\ - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g^*_{\mu\nu}}{\partial t^2} = \varkappa T_{\mu\nu}, \end{aligned}\right\} \qquad (7\,c)$$

wobei die $T_{\mu\nu}$ für eine Strömung inkohärenter Massen durch das Schema

$$\left.\begin{array}{ccc} \frac{\varrho_0}{c^2-q^2}\dot{x}\dot{x} & \frac{\varrho_0}{c^2-q^2}\dot{x}\dot{y} & -\frac{\varrho_0 c^2}{c^2-q^2}\dot{x} \\ \frac{\varrho_0}{c^2-q^2}\dot{y}\dot{x} & \cdot & -\frac{\varrho_0 c^2}{c^2-q^2}\dot{y} \\ \cdot & \cdot & -\frac{\varrho_0 c^2}{c^2-q^2}\dot{z} \\ -\frac{\varrho_0 c^2}{c^2-q^2}\dot{x} & \cdot & \frac{\varrho_0 c^4}{c^2-q^2} \end{array}\right\} \qquad (8)$$

gegeben sind.

Das Newtonsche System erhalten wir, indem wir noch folgende Vernachlässigungen einführen:

1. Von den felderzeugenden Ursachen wird nur die (inkohärente) Massenströmung berücksichtigt.
2. Der Einfluß der Geschwindigkeiten der felderzeugenden Massen wird vernachlässigt, das Feld also wie ein statisches behandelt.
3. In den Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes werden die Komponenten der Geschwindigkeit und Beschleunigung als kleine Größen behandelt und nur Größen niedrigster Ordnung beibehalten.

Endlich hat man noch anzunehmen, daß die $g^*_{\mu\nu}$ im Unendlichen verschwinden.

Aus (7c) und (8) folgt dann nämlich, wenn mit Δ der Laplacesche Operator bezeichnet wird,

$$\left.\begin{aligned} \Delta g^*_{\mu\nu} &= 0 \text{ (wenn nicht } \mu = \nu = 4 \text{ ist)} \\ \Delta g^*_{44} &= \varkappa c^2 \varrho_0. \end{aligned}\right\} \qquad (7\,d)$$

Hieraus folgt bekanntlich

$$\left.\begin{aligned} g^*_{\mu\nu} &= 0 \text{ (außer im Falle } \mu = \nu = 4) \\ g^*_{44} &= \frac{\varkappa c^2}{4\pi}\int \frac{\varrho_0\, dv}{r}, \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

wobei die Integration über den dreidimensionalen Raum zu erstrecken ist und r die Entfernung zwischen dv und dem Aufgangspunkt bedeutet. Aus (1b) bzw. (1b') folgt mit Rücksicht auf die festgesetzten Vernachlässigungen

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g^*_{44}}{\partial x}. \qquad (1\,c)$$

Die Gleichungen (9) und (1c) enthalten Newtons Gravitationstheorie, wobei die gewöhnliche Gravitationskonstante K mit unserer Konstante $\varkappa$ durch die Relation

$$K = \frac{\varkappa c^2}{8\pi} \qquad (11)$$

verbunden ist, woraus für

$$K = 6{,}7 \cdot 10^{-8} \quad \varkappa = 1{,}88 \cdot 10^{-27}$$

folgt.

[1]) Gleichung (7b) läßt nämlich z. B. erkennen, daß die Größen $\mathfrak{t}_{\sigma\nu}$ des Gravitationsfeldes, die für letzteres dieselbe Rolle spielen wie die Größen $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ für den materiellen Vorgang, ebenso felderregend wirken wie die Größen $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$, in Einklang mit Postulat (2).

Für das „natürliche" vierdimensionale Element ds erhalten wir in dem hier betrachteten Annäherungsfall

$$ds = \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 + g_{44}\,dt^2},$$

wobei

$$g_{44} = c^2\left(1 - \frac{\varkappa}{4\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right).$$

Man erkennt, daß Koordinatenlängen zugleich natürliche Längen sind ($dt = 0$); Maßstäbe erleiden also durch das „Newtonsche" Gravitationsfeld keine Verzerrung. Dagegen ist die Ganggeschwindigkeit einer Uhr vom Gravitationspotential abhängig. Es ist nämlich $\frac{ds}{dt}$ ein Maß für diese Ganggeschwindigkeit, falls $dx = dy = dz = 0$ gesetzt wird. Man erhält

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{g_{44}} = \text{konst.}\left(1 - \frac{\varkappa}{8\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right).$$

Die Uhr läuft also desto langsamer, je größere Massen in ihrer Nähe angeordnet werden[1]). Es ist interessant, daß die Theorie dies Resultat mit Nordströms Theorie gemein hat.

Für die Lichtausbreitung ($ds = 0$) ergibt sich die Geschwindigkeit

$$q = \left|\sqrt{\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}}\right|_{ds=0} = \sqrt{g_{44}} =$$
$$= c\left(1 - \frac{\varkappa}{8\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right).$$

Die Lichtstrahlen werden also gemäß vorliegender Theorie im Gegensatze zu Nordströms Theorie durch das Gravitationsfeld gekrümmt. Es ist dies die einzige bisher gefundene Konsequenz der Theorie, welche der Erfahrung zugänglich ist.

Ohne die Annäherung bei der Berechnung des Feldes weiter zu treiben, wollen wir die Gleichungen der Bewegung eines Punktes in dem hier betrachteten Felde exakt angeben. Aus der allgemeinen Bewegungsgleichung (1b') erhält man

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left|\sum_\nu g_{\sigma\nu}\frac{dx_\nu}{ds}\right| = \\ = -\frac{1}{2}m\sum_{\mu\nu}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}\frac{dx_\mu}{ds}\frac{dx_\nu}{dt}\end{aligned}\right\} \quad (1b'')$$

Für den Spezialfall des Newtonschen Feldes erhält man hieraus

$$\frac{d}{dt}\left\{m\frac{\dot{x}}{\sqrt{g_{44} - q^2}}\right\} = -\frac{1}{2}m\frac{\frac{\partial g_{44}}{\partial x}}{\sqrt{g_{44} - q^2}}. \quad (1c')$$

1) Dies Resultat gilt gemäß dem Postulat (4) für die Geschwindigkeit des Ablaufs jedes beliebigen Vorgangs.

§ 9. Über die Relativität der Trägheit.

Aus (1c') folgt, daß Impuls I und Energie E des im Newtonschen Schwerefeld langsam bewegten Massenpunktes durch die Gleichungen gegeben sind:

$$\left.\begin{aligned}I_x = m\left(1 + \frac{\varkappa}{8\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right)\frac{x}{c}\ \text{usw.}\\ \text{bzw.}\\ E = mc\left(1 - \frac{\varkappa}{8\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right) + \\ + \frac{1}{2}\frac{m}{c}\left(1 + \frac{\varkappa}{8\pi}\int\frac{\varrho_0\,dv}{r}\right)q^2.\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Trotzdem also, wie das erste Glied des Ausdrucks für E zeigt, die Energie eines ruhenden Massenpunkts durch Anhäufung von Massen in seiner Umgebung abnimmt, bewirkt dieselbe Anhäufung eine Erhöhung der Trägheit des betrachteten Massenpunkts. Dies Resultat ist von hohem theoretischen Interesse. Denn wenn die Trägheit eines Körpers durch Anhäufung von Massen in seiner Umgebung erhöht werden kann, so werden wir kaum umhin können, die Trägheit eines Punkts als durch die Existenz der übrigen Massen bedingt anzusehen. Die Trägheit erscheint so bedingt durch eine Art Wechselwirkung des zu beschleunigenden Massenpunkts mit allen übrigen Massenpunkten.

Es erscheint dies Ergebnis recht befriedigend, wenn man sich folgendes überlegt. Von Bewegung, also auch Beschleunigung eines Körpers A an sich zu reden, hat keinen Sinn. Man kann nur von Bewegung bzw. Beschleunigung eines Körpers A relativ zu anderen Körpern B, C usw. sprechen. Was in kinematischer Beziehung von der Beschleunigung gilt, das dürfte auch von dem Trägheitswiderstande gelten, den die Körper einer Beschleunigung entgegensetzen; es ist a priori zu erwarten, wenn auch nicht gerade notwendig[1]), daß der Trägheitswiderstand nichts anderes sei als ein Widerstand gegen Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers A gegenüber der Gesamtheit aller übrigen Körper B, C usw. Es ist wohlbekannt, daß E. Mach in seiner Geschichte der Mechanik diesen Standpunkt zuerst mit aller Schärfe und Klarheit vertreten hat, so daß ich hier einfach auf seine Ausführungen verweisen kann. Ich verweise auch auf eine geistreiche Broschüre des Wiener Mathematikers W. Hofmann, in welcher unabhängig derselbe Standpunkt vertreten wird. Ich will die

1) Man pflegt den Konsequenzen derartiger Betrachtungen durch Einführung solcher Bezugssysteme zu entschlüpfen, in bezug auf welche kräftefrei bewegte Massenpunkte eine geradlinig gleichförmige Bewegung ausführen (Inertialsysteme). Das Unbefriedigende liegt dabei darin, daß unerklärt bleibt, wieso die Inertialsysteme gegenüber anderen Systemen ausgezeichnet sein können.

skizzierte Auffassung als „Hypothese von der Relativität der Trägheit" bezeichnen.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei nochmals gesagt, daß ich ebensowenig wie Mach der Ansicht bin, es entspreche die Relativität der Trägheit einer logischen Notwendigkeit. Aber eine Theorie, in welcher die Relativität der Trägheit gewahrt ist, ist befriedigender als die uns heute geläufige Theorie, weil in letzterer das Inertialsystem eingeführt wird, dessen Bewegungszustand einerseits nicht durch die Zustände der beobachtbaren Gegenstände bedingt, also durch nichts der Wahrnehmung Zugängliches verursacht, andererseits aber für das Verhalten der materiellen Punkte bestimmend sein soll.

Die Auffassung von der Relativität der Trägheit verlangt aber nicht nur, daß die Trägheit einer Masse A durch Anhäufung ruhender Massen $BC\ldots$ in ihrer Umgebung vermehrt werde, sie verlangt auch, daß jene Vermehrung des Trägheitswiderstands nicht zur Geltung komme, wenn die Massen $BC\ldots$ zusammen mit der Masse A beschleunigt werden. Man kann dies auch so ausdrücken: die Beschleunigung der Massen $BC\ldots$ muß eine beschleunigende Kraft auf A induzieren, welche mit der Beschleunigung gleichgerichtet ist. Man erkennt hierbei, daß jene beschleunigende Kraft die durch die bloße Anwesenheit $BC\ldots$ verursachte Erhöhung der Trägheit überkompensieren muß, da nach der Relation zwischen Trägheit und Energie Systeme, das System $ABC\ldots$ als Ganzes desto weniger träge sein muß, je kleiner seine Gravitationsenergie ist.

Um einzusehen, daß diese Forderung in unserer Theorie erfüllt ist, müssen wir in dem Gleichungssystem (7c) auf der rechten Seite diejenigen Glieder mit berücksichtigen, welche der ersten Potenz der Geschwindigkeit der felderregenden Massen proportional sind. Wir erhalten dann statt des Gleichungssystems (7d) das folgende

$$\left.\begin{aligned} \Box g^*_{\mu\nu} &= 0 \text{ (wenn } \mu \neq 4 \text{ und } \nu \neq 4) \\ \Box g^*_{14} &= -\varkappa \varrho_0 \dot{x} \\ \Box g^*_{24} &= -\varkappa \varrho_0 \dot{y} \\ \Box g^*_{34} &= -\varkappa \varrho_0 \dot{z} \\ \Box g^*_{44} &= -\varkappa c^2 \varrho_0 . \end{aligned}\right\} \quad (7e)$$

Die Bewegungsgleichungen (1b″) des materiellen Punkts unterscheiden sich von (1c″) dadurch, daß nun auch g_{14}, g_{24}, g_{34} von Null verschieden sind. Sie lauten ausführlich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{ds}\left(m\left(\frac{dx}{ds} - g_{14}\frac{dt}{ds}\right)\right) &= -\frac{1}{2}m\left(2\frac{\partial g_{14}}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \right. \\ &\left. + 2\frac{\partial g_{24}}{\partial x}\frac{dy}{ds} + 2\frac{\partial g_{34}}{\partial x}\frac{dz}{ds} + \frac{\partial g_{44}}{\partial x}\frac{dt}{ds}\right) \text{ usw.} \end{aligned}\right.$$

Für einen langsam bewegten Punkt kann diese Gleichung in gewöhnlicher dreidimensionaler Vektor-Bezeichnungsweise folgendermaßen geschrieben werden:

$$\ddot{\mathfrak{r}} = -\frac{1}{2}\operatorname{grad} g_{44} + \dot{\mathfrak{g}} - [\dot{\mathfrak{r}}, o]. \quad (1d)$$

Hierbei ist

$\mathfrak{r}$ = Radiusvektor des Massenpunkts,

$\dot{\mathfrak{r}} = \frac{d\mathfrak{r}}{dt}$ usw.,

$\mathfrak{g}$ ein Vektor mit den Komponenten g_{14}, g_{24}, g_{34},

$o = \operatorname{rot} \mathfrak{g}$.

Bezeichnen wir die Geschwindigkeit der felderregenden Massen (Komp. $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$) mit $\mathfrak{v}$, so kann man (7e) kürzer so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \Box\, \mathfrak{g} &= -\varkappa \varrho_0 \mathfrak{v} \\ [\cdot]\, g^*_{44} &= \varkappa c^2 \varrho_0 . \end{aligned}\right\} \quad (7e')$$

Die Gleichungen (7e′) und (1d) zeigen, wie langsam bewegte Massen nach der neuen Gravitationstheorie aufeinander wirken. Die Gleichungen entsprechen in weitgehendem Maße denjenigen der Elektrodynamik, g_{44} entspricht dem skalaren Potential elektrischer Massen bis auf das Vorzeichen und bis auf den Umstand, daß ins erste Glied der rechten Seite von (1d) der Faktor $\frac{1}{2}$ eingeht. $\mathfrak{g}$ entspricht dem Vektorpotential elektrischer Ströme; das zweite Glied der rechten Seite (1d), welches einer von der zeitlichen Änderung des Vektorpotentials herrührenden elektrischen Feldstärke entspricht, liefert genau jene der Beschleunigung gleichgerichteten Induktionswirkungen, welche wir nach der Anschauung von der Trägheit der Energie erwarten müssen. Der Vektor o entspricht in der Elektrodynamik der magnetischen Feldstärke (rot des Vektorpotentials), das letzte Glied in (1d) also der Lorentzschen Kraft.

Es ist ferner daran zu erinnern, daß ein Glied von der Form $(\dot{\mathfrak{r}}, o)$ in der Theorie der Relativbewegung in der Mechanik auftritt, welches unter dem Namen Corioliskraft bekannt ist. Aus (7e′) läßt sich zeigen, daß im Innern einer rotierenden Kugelschale ein Feld des Vektors o existiert, welches zur Folge hat, daß die Schwingungsebene eines im Innern der Kugelschale angeordneten Pendels nicht im Raume feststeht, sondern infolge der Rotation der Kugelschale eine mit dieser Rotation gleichsinnige Präzessionsbewegung ausführen muß. Auch dies Resultat ist im Sinne der Auffassung von der Relativität der Trägheit vorauszusehen und längst vorausgesehen worden. Es ist bemerkenswert, daß die Theorie auch in diesem Punkte jener Auffassung entspricht; leider ist

der zu erwartende Effekt so gering, daß wir nicht hoffen dürfen, ihn durch terrestrische Versuche oder in der Astronomie zu konstatieren.

§ 10. Schlußbemerkungen.

Im vorstehenden sind die nächstliegenden Wege skizziert worden, die sich der Gravitationstheorie darbieten. Entweder man bleibt bei der gewöhnlichen Relativitätstheorie, d. h. man nimmt an, daß die die Naturgesetze ausdrückenden Gleichungen nur linearen orthogonalen Substitutionen gegenüber kovariant bleiben. Man kann dann eine Skalartheorie der Gravitation aufstellen (Nordströmsche Theorie), welche ziemlich einfach ist und den hauptsächlichen an eine Gravitationstheorie zu stellenden Anforderungen Genüge leistet, die Relativität der Trägheit aber nicht als Konsequenz enthält. Oder man erweitert die Relativitätstheorie in der skizzierten Weise. Man gelangt dann zwar zu Gleichungen von beträchtlicher Kompliziertheit; aber es folgen dafür die zu suchenden Gleichungen aus den Grundlagen unter Verwendung von erstaunlich wenig Hypothesen, und es wird der Auffassung von der Relativität der Trägheit genügt.

Ob der erste oder der zweite Weg im wesentlichen der Natur entspricht, müssen Aufnahmen von neben der Sonne erscheinenden Sternen bei Sonnenfinsternissen entscheiden. Hoffentlich führt die Sonnenfinsternis des Jahres 1914 schon die wichtige Entscheidung herbei.

Diskussion.

Mie: Ich möchte zu den interessanten Ausführungen des Herrn Einstein zunächst einige Ergänzungen über die geschichtliche Entwicklung der Theorie machen. Herr Einstein ist darüber sehr kurz hinweggegangen. Die Nordströmsche Theorie knüpft an an die Untersuchungen von Abraham. Ich halte es für notwendig, daß es hier gesagt wird, daß Abraham der erste gewesen ist, der einigermaßen vernünftige Gleichungen für die Gravitation aufgestellt hat. Während man früher immer versuchte — es gibt ja mehrere ältere Gravitationstheorien — das Gravitationsfeld ähnlich darzustellen wie das elektromagnetische, hat Abraham eine neue Möglichkeit gefunden. Die älteren Versuche sind nämlich unmöglich mit dem Relativitätsprinzip in Einklang zu bringen; denn wenn der Satz von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse genügend genau erfüllt sein soll, so kann das Gravitationsfeld nicht durch einen Sechservektor dargestellt werden. Deshalb hat Abraham zuerst eine Theorie mit einem skalaren Gravitationspotential aufgestellt. Ich möchte die Feldgleichungen mit skalarem Potential hier einmal in der etwas verallgemeinerten Form hinschreiben, die ich ihnen später gegeben habe. Das Gravitationsfeld wird mit Hilfe eines Vierervektors $(\mathfrak{g}_x, \mathfrak{g}_y, \mathfrak{g}_z, i \cdot u)$ beschrieben, den man aber auch ebenso gut durch einen anderen $(k_x, k_y, k_z, i \cdot w)$ ersetzen kann. Diese beiden Vierervektoren stehen zueinander in einer ähnlichen Beziehung, wie etwa im elektrischen Felde die Feldstärke zu der elektrischen Verschiebung, oder wie in einem elastischen Körper die Spannung zu der Deformation. Außerdem gehört zur Beschreibung des Gravitationsfeldes noch ein vierdimensionaler Skalar ω, den man das Gravitationspotential nennen darf. Die Feldgleichungen sehen dann folgendermaßen aus:

$$\mathfrak{g}_x = \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \mathfrak{g}_y = \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad \mathfrak{g}_z = \frac{\partial \omega}{\partial z}, \quad u = -\frac{\partial \omega}{\partial t},$$

$$\frac{\partial k_x}{\partial x} + \frac{\partial k_y}{\partial y} + \frac{\partial k_z}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\gamma \cdot \varrho;$$

hier bedeutet γ eine universelle Konstante und ϱ die Dichtigkeit der schweren Masse. Identifiziert man die beiden Vektoren $(\mathfrak{g}, i \cdot u)$ und (k, iw), so hat man die Gleichungen, mit denen schon Abraham operiert hat. Er beging jedoch den Fehler, daß er ϱ identisch setzte mit der Dichte der trägen Masse, die nach der Relativitätstheorie wieder mit der Energiedichte identisch sein soll. Nun ist aber die linke Seite der letzten Gleichung ein vierdimensionaler Skalar, eine Invariante für die Lorentzsche Transformation, die Energiedichte ist dagegen keine Invariante, auf diese Weise kann also das Relativitätsprinzip natürlich nicht erfüllt sein.

Diese Theorie hat nun Nordström verbessert, indem er für ϱ eine Größe einsetzte, die für die Lorentzsche Transformation invariant ist. Ungefähr gleichzeitig mit ihm habe auch ich eine Theorie der Gravitation aufgestellt. Meine Theorie steckt allerdings in einer umfangreicheren Arbeit über die Theorie der Materie überhaupt, und deshalb sind meine Untersuchungen wohl Herrn Einstein entgangen (Einstein: Nein, nein). Dann hat er sie wohl noch nicht gelesen, sonst hätte er sie wohl erwähnt. Meine Theorie hat, glaube ich, den Vorzug, daß sie sehr übersichtlich ist, daher ist z. B. die Berechnung der Kraft, welche auf ein Teilchen wirkt, die mir in der Einsteinschen Arbeit nicht ganz gelungen zu sein scheint, sehr leicht genau auszuführen. Außerdem ist mein Ansatz sehr allgemein, und läßt viele Spezialfälle noch als gleichberechtigt erscheinen, da ich die Größen $(\mathfrak{g}, i \cdot u)$ und $(k, i \cdot w)$ nicht identifiziere; sie werden erst im idealen Vakuum, d. h. in einem Raume, der außerordentlich weit von jeder Materie entfernt ist, einander gleich, über die Abhängigkeit der beiden Größen voneinander

im Innern der Materie dagegen brauche ich gar keine Annahme zu machen. Mit der Nordströmschen Theorie habe ich die meinige noch nicht genauer verglichen; in ihr wird $(\gamma, i u) = (k, i w)$ gesetzt, sonst werden die beiden Theorien wohl nahezu identisch sein. Ich habe für ϱ die Größe genommen, die man gewöhnlich die Dichte der Ruhmasse nennt. Das ist ein vierdimensionaler Skalar, der unter gewöhnlichen Umständen von der Dichte der trägen Masse nicht zu unterscheiden ist. So, wie die träge Masse eines Körpers in der Relativitätstheorie mit seiner Energie identisch ist, so ist die Ruhmasse identisch mit der Hamiltonschen Funktion. Die Dichte der Ruhmasse ist also die Dichte der Hamiltonschen Funktion, ich bezeichne sie deswegen in meiner Arbeit mit H und nenne sie kurz „die Hamiltonsche Funktion". Die Einsteinsche Theorie ist keineswegs sehr viel komplizierter als diese Theorie. Ihre Grundgleichungen sind sehr ähnlich den soeben hingeschriebenen. Einstein hat schon hervorgehoben, daß seine Theorie dadurch charakterisiert ist, daß das Gravitationspotential nicht ein vierdimensionaler Skalar ist, sondern ein vierdimensionaler Tensor. Ich will die Komponenten dieses Potentials mit $\omega_{\mu\nu}$ bezeichnen, wo μ und ν die Zahlen von 1 bis 4 durchlaufen sollen und $\omega_{\mu\nu} = \omega_{\nu\mu}$ ist. Das Gravitationsfeld ist demgemäß nicht durch einen einfachen Vierervektor zu beschreiben, sondern durch eine Raum-Zeit-Größe dritten Ranges, die sozusagen aus 10 Vierervektoren gebildet wird, von denen je einer einer Tensorkomponente (μ, ν) zugeordnet werden kann. Ich will diese Größe dritten Ranges durch $\mathfrak{g}_{\mu\nu x}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu y}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu z}$, $i \cdot u_{\mu\nu}$ bezeichnen. Ebenso wie in meiner Theorie gibt es in der Einsteinschen noch eine zweite Größe, durch die man ebenso gut das Feld beschreiben könnte, die mit $(\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i u_{\mu\nu})$ nur im idealen Vakuum identisch wird. Ich will sie durch $k_{\mu\nu x}$, $k_{\mu\nu y}$, $k_{\mu\nu z}$, $i \cdot w_{\mu\nu}$ bezeichnen. Die Grundgleichungen der Einsteinschen Gravitationstheorie lassen sich dann folgendermaßen schreiben:

$$\mathfrak{g}_{\mu\nu x} = \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial x}, \quad \mathfrak{g}_{\mu\nu y} = \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial y}, \quad \mathfrak{g}_{\mu\nu z} = \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial z},$$

$$u_{\mu\nu} = -\frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial t},$$

$$\frac{\partial k_{\mu\nu x}}{\partial x} + \frac{\partial k_{\mu\nu y}}{\partial y} + \frac{\partial k_{\mu\nu z}}{\partial z} + \frac{\partial w_{\mu\nu}}{\partial t} = -\gamma \cdot h_{\mu\nu}.$$

Ich habe die Gleichungen so geschrieben, daß man sofort die Analogie zu der Theorie des skalaren Potentials erkennt. Einstein bezeichnet die Gravitationskonstante, die ich γ genannt habe, mit $\varkappa$; die Größe, die ich $\omega_{\mu\nu}$ schreibe, heißt bei ihm $g_{\mu\nu}/2\varkappa$; die Größen $(k_{\mu\nu}, i w_{\mu\nu})$ treten in seinen Gleichungen als lineare Funktionen der $(\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i u_{\mu\nu})$ auf, deren Koeffizienten von den $\omega_{\mu\nu}$ (d. h. den $g_{\mu\nu}$) abhängen. $h_{\mu\nu}$ ist ein Tensor, der die Dichtigkeit der schweren Masse darstellt. Wenn die Größen $h_{\mu\nu}$ mit den Komponenten des Spannungsenergietensors identisch wären, so wären träge Masse und schwere Masse wirklich prinzipiell identisch. Aber das ist keineswegs der Fall, die $h_{\mu\nu}$ sind von den Komponenten des Spannungsenergietensors verschieden, und somit wird die schwere Masse nicht dem Energiegehalt des Körpers gleich, sondern das Verhältnis der beiden Massen hängt auch noch von andern Größen, wie z. B. Geschwindigkeit, Temperatur, ab. Auch Einstein erwähnt schon, daß das Verhältnis der schweren zur trägen Masse vom Gravitationspotential abhängt. Da die einzelnen Atome eines Körpers Gravitationsfelder um sich haben, so muß das Verhältnis der beiden Massen eines Körpers danach jedenfalls auch von seiner Dichtigkeit abhängen.

Einstein: Ich habe deswegen von der Theorie des Herrn Mie nicht gesprochen, weil die Äquivalenz der trägen und schweren Masse in ihr nicht mit Strenge durchgeführt ist. Es wäre doch unlogisch gewesen, wenn ich von bestimmten Postulaten ausgegangen wäre und mich dann nicht an sie gehalten hätte. Ich gebe zu, ich habe die Miesche Theorie nicht so genau gelesen, als vielleicht gut gewesen wäre, aber es lag mir durchaus fern, Mies Theorie dadurch herabsetzen zu wollen, daß ich sie in diesem Zusammenhange nicht erwähnt habe. Was die Nordströmsche Theorie anlangt, so kann ich nicht sagen, daß Abraham zuerst den Weg, der von Nordström eingeschlagen wurde, eingeschlagen hat. Denn Abrahams Theorie gründet sich darauf, daß die Lichtgeschwindigkeit variabel ist, daß sie gewissermaßen ein Maß für das Gravitationspotential sein soll. Trotzdem benutzt er die Form der gewöhnlichen Relativitätstheorie, so daß er da in eine widerspruchsvolle Zwitterstellung kommt. Das ist ein so schwerer Einwand, daß mir jene Theorie ganz unhaltbar erscheint.

Mie: Ich halte diese Einwendungen für berechtigt; aber es ist nicht so schwer, wenn man die Gleichungen der Abrahamschen Theorie hat, zu der Nordströmschen Theorie zu kommen; soviel ich weiß, hat Nordström unmittelbar an die Abrahamschen Gleichungen angeknüpft.

Einstein: Ja, psychologisch ist es wirklich so, nicht aber logisch; denn Nordströms Theorie unterscheidet sich fundamental von derjenigen Abrahams.

Mie: Ich werde demnächst eine Untersuchung publizieren, in der ich nachweise, daß auch die

Einsteinsche Theorie die Forderung der Gleichheit der trägen und der schweren Masse nicht absolut genau erfüllt.

Jetzt möchte ich noch ein zweites Bedenken vorbringen, und ich glaube damit im Interesse der ganzen Versammlung zu sprechen. Herr Einstein hat in seiner Arbeit das, wie mir scheint, sehr interessante Prinzip einer allgemeinen Relativität postuliert. Allerdings ist dieses Prinzip in der vorliegenden Theorie ja noch nicht erfüllt, aber es ist trotzdem wohl von Interesse, es für sich einmal zu diskutieren. Mir ist nicht klar geworden, was es eigentlich physikalisch bedeuten soll. Ich habe eben in seinem Vortrag Herrn Einstein so verstanden, als ob er eine Machsche Idee weiter verfolgen wollte, wonach es auch nicht möglich sein dürfte, die Beschleunigungen absolut nachzuweisen. Gegen eine solche Auffassung des verallgemeinerten Relativitätsprinzips muß man aber als Physiker sehr schwerwiegende Bedenken erheben. Ich will nur ein Beispiel nennen. Man denke sich, man fahre in einem Eisenbahnwagen, der gegen die Außenwelt abgeschlossen ist. Man wird in dem Wagen gerüttelt und geschüttelt, und diese Kraftwirkungen, die man an seinem eigenen Körper spürt, pflegt man zu erklären als Trägheitswirkungen, infolge der unregelmäßigen Schwankungen des Wagens. Das allgemeine Relativitätsprinzip in der jetzt zu besprechenden Auffassung würde nun behaupten, daß es möglich sei, ein System gravitierender Massen anzunehmen, das unregelmäßige Bewegungen um den als ruhend gedachten Eisenbahnwagen herum ausführt und das so auf unsern Körper dieselben Wirkungen hervorruft, die wir für Trägheitswirkungen halten. Eine derartige Fiktion kann mathematisch gelegentlich ganz praktisch sein, wie man z. B. zur Berechnung von Ebbe und Flut fingierte Planeten annimmt, um die sehr schwierig zu berechnenden Trägheitswirkungen dadurch zu ersetzen, aber keinem Physiker wird es einfallen, diese fingierten Planeten für wirklich existierende Körper zu halten. Ebenso wenig wird man die Trägheitswirkungen in dem Eisenbahnwagen physikalisch als Wirkungen gravitierender Massen deuten können, das würde zu Widersprüchen mit den Prinzipien der physikalischen Forschung überhaupt führen. Ich glaube also, daß die hier besprochene Auffassung des verallgemeinerten Relativitätsprinzips keinen physikalischen Sinn hat.

Einstein (nachträgliche Bemerkung zur Korrektur): Nach meiner Theorie ist das Relativitätsprinzip in diesem allgemeinsten Sinne ebenfalls nicht erfüllt. Die Erhaltungssätze führen zu einer weitgehenden Spezialisierung des Bezugssystems, wie ich im Vortrage ausgeführt habe. Die Beantwortung der Behauptung, daß in meiner Theorie die Forderung der Aquivalenz der schweren und trägen Masse nicht erfüllt sei, ist wohl mit Vorteil einstweilen aufzuschieben, bis Herr Mie seine diesbezüglichen Bedenken publiziert hat.

Riecke: Die Theorie hat mehrere Aufgaben zu erfüllen; einmal soll sie den Tatbestand der Physik möglichst einfach darstellen. Dann aber soll sie einen Leitfaden bilden für die Auffindung neuer Tatsachen. Die experimentelle Physik hat der Relativitätstheorie zunächst sehr kritisch gegenüber gestanden. Es wurde auf einer experimentellen Grundlage von nicht genügender Breite, wie es uns schien, eine neue und fremdartige Theorie entwickelt. Die Stimmung hat sich aber geändert. Wir erkennen alle an, welche neuen Aufschlüsse über Dinge, die bisher unverständlich waren, die neue Theorie gebracht hat. Mit Bezug darauf möchte ich mir eine Frage an Herrn Einstein erlauben. Faraday ist wohl derjenige Physiker, der am meisten neue Dinge gefunden hat. Er hat aber auch Dinge gesucht, die er nicht gefunden hat, und die später gefunden worden sind. Unter den Dingen, die Faraday gesucht und nicht gefunden hat, befindet sich eine Untersuchung über einen Zusammenhang von Gravitationsfeld und elektromagnetischem Feld. Es handelt sich um die Frage, ob sie unabhängig voneinander existieren oder ob sie aufeinander einwirken. Es entsteht nun die Frage, was die neue Theorie über die Möglichkeit des Nachweises eines solchen Zusammenhangs aussagt. Es würde interessant sein, darüber einige Worte zu hören.

Einstein: Nach der Theorie würde selbstverständlich ein gegenseitiger Einfluß von elektrischem Feld und Gravitationsfeld stattfinden, aber er ist so klein, daß es aussichtslos erscheint, seinen experimentellen Nachweis zu versuchen. Nur die Krümmung der Lichtstrahlen durch das Gravitationsfeld der Sonne scheint im Bereiche des Beobachtbaren zu liegen.

Hasenöhrl: Ich möchte mir an Herrn Einstein die Frage erlauben, wie sicher er davon überzeugt ist, daß die Ablenkung eines Lichtstrahls durch das Gravitationsfeld der Sonne um eine Sekunde, wenn sie tatsächlich eintritt, auch wirklich beobachtbar sein wird und gemessen werden kann.

Einstein: Nach der Ansicht der Astronomen, bei denen ich mich erkundigte, liegt die Konstatierung einer solchen Ablenkung durchaus im Bereiche des Möglichen.

Jäger: Werden die Astronomen dann nicht noch viele andere Gründe finden, um eine solche Ablenkung zu erklären?

Einstein: Das glaube ich nicht; es kommt

$1/R$ hinein. Jeder atmosphärische Einfluß würde viel rascher mit der Entfernung abnehmen. Ich glaube also nicht, daß man eine derartige Ablenkung auf andere Weise erklären wird.

Zemplén (auf eine Anfrage von Schütz): Die Methode von Eötvös geht von der Tatsache aus, daß die Schwere auf der Erdoberfläche die Resultierende der Zentrifugalkraft und der Massenanziehung ist. Wäre die spezifische Massenanziehung für verschiedene Substanzen verschieden, so würde die Schwere zweier verschiedener Substanzen nicht nur der Größe nach, vielmehr auch der Richtung nach verschieden ausfallen. Hängt man also auf den Arm einer Drehwage beiderseits Gewichte verschiedener Substanz, so würde die Verschiedenheit in der Richtung der angreifenden Schwerkräfte eine Torsion des Drahtes bewirken. Da eine solche trotz der sorgfältigsten Versuche nicht beobachtet wurde, so schloß Eötvös bereits vor mehr als 20 Jahren auf die Unabhängigkeit der spezifischen Massenanziehung von der Beschaffenheit der Substanz mit einer Genauigkeit von $^1/_{20\,000\,000}$. Nach neueren in Gemeinschaft mit Pekár und Fekete ausgeführten Versuchen konnte diese Genauigkeit bis $^1/_{100\,000\,000}$ gesteigert werden. (Siehe Eötvös, Mathem. u. naturw. Berichte aus Ungarn VIII, 1890; Beiblätter zu den Ann. d. Phys. **15**, 688, 1891; „Über Geodätische Arbeiten in Ungarn, besonders über Beobachtungen mit der Drehwage, Kap. VI" in den Abhandlungen der XVI. allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung, 1909.)

Mie: Man könnte vielleicht aus dem, was Herr Einstein über die Bedeutung der Eötvösschen Versuche gesagt hat, schließen, ich habe meine Theorie nicht genügend auf ihre Übereinstimmung mit den Resultaten dieser Versuche geprüft. Das ist nicht der Fall. Ich nehme freilich an, daß träge Masse und schwere Masse nicht absolut identisch sind. Aber das Verhältnis beider Massen weicht (infolge der Wärmebewegung der Moleküle) von einem konstanten Wert nur so wenig ab, daß die Abweichungen experimentell überhaupt nicht nachweisbar sind. Die Abweichungen betragen im günstigsten Fall ungefähr 10^{-11}, man müßte beispielsweise bei Pendelmessungen die Pendellänge noch bis auf Bruchteile des Durchmessers eines Atoms genau messen können, um sie zu finden. Mit den Eötvösschen Versuchen oder ähnlichen läßt sich meine Theorie also nicht widerlegen.

Einstein: Das war auch gar nicht meine Absicht. Aber es scheint mir darin, daß die Identität der trägen und der schweren Masse mit so bedeutender Annäherung sich bewahrheitet hat, einer der wichtigsten Fingerzeige für die theoretische Entwicklung zu liegen. Das Bedürfnis, für jene Identität eine tiefere Auffassung zu finden, war für mich überhaupt der Anlaß, der zur Beschäftigung mit dem Gravitationsproblem zwang, daneben auch die von Mach verteidigte Ansicht von der Relativität der Trägheit. So ist es begreiflich, daß mir Theorien, welche meiner Ausgangsüberzeugung nicht entsprechen, fern liegen. Ich behaupte aber durchaus nicht, daß jene Theorien auf Grund des gegenwärtigen Standes der Erfahrung verworfen werden müssen.

Reißner: Herr Einstein hat von den ablenkenden Einwirkungen des Schwerefeldes auf die Schwingungsenergie des Lichtstrahls gesprochen. Ich möchte nun Herrn Einstein bitten, sich noch über eine mehr elementare Frage, nämlich über die Einwirkung des Schwerefeldes auf seine eigene statische Feldenergie zu äußern.

In der nicht linearen Einsteinschen Potentialgleichung, der erweiterten La Placeschen, kann ja, wie Herr Einstein gezeigt hat, das eine Glied als Gravitationswirkung der statischen Feldenergie gedeutet werden. Wie läßt es sich nun weiter plausibel machen, bzw. wie kommt es mathematisch heraus, daß die statische Energie des reinen Gravitationsfeldes, trotzdem sie Trägheit und Schwere besitzt, die weiteren Attribute der ponderablen Masse, ponderomotorische Kräfte und Bewegungen aufzuweisen, nicht besitzt? Oder auch, wie kommt es heraus, daß das Feld ein statisches bleibt, trotzdem die Feldenergie des leeren Raumes der Schwere unterliegt? Wie wäre die besondere Art von Energie zu kennzeichnen, die der ponderablen Masse im Gegensatz zu anderen Energieformen eigentümlich ist?

Einstein (nachträglich verbesserte Antwort): Ohne Gravitationsfeld halten sich die Spannungskomponenten eines elektrostatischen Feldes das Gleichgewicht. Dies Gleichgewicht wird etwas modifiziert, aber nicht aufgehoben durch die Existenz eines Gravitationsfeldes. Vergleich: Die Teile eines in einem Gefäß eingeschlossenen Gases werden durch den Gasdruck im Gleichgewicht gehalten. Tritt die Wirkung eines Schwerefeldes hinzu, so wird jenes Gleichgewicht modifiziert, aber nicht aufgehoben[1]).

1) Herr Reißner bemerkt nachträglich zu Herrn Einsteins Antwort:

Herr Einstein äußert sich auf meine Frage so, als ob in ihr ein Zweifel an dem Zustandekommen des Gleichgewichts der Energie des leeren Raumes in seiner Theorie ausgesprochen sei. Ein solcher Zweifel lag mir ganz fern. Da er aber im übrigen auf meine Frage nicht eingeht, möchte ich nochmals versuchen, deutlicher zu fragen und ihn um etwas ausführlichere Antwort bitten. Ich will dabei an Herrn Einsteins Vergleich mit dem Gleichgewicht eines Gases anknüpfen.

Das Gleichgewicht eines Gases oder vielleicht besser

Born: Ich möchte eine Frage an Herrn Einstein richten, nämlich, wie rasch die Gravitationswirkung nach Ihrer Theorie sich ausbreitet. Daß es mit Lichtgeschwindigkeit geschieht, leuchtet mir nicht ein, es muß ein sehr komplizierter Zusammenhang sein.

Einstein: Es ist außerordentlich einfach, die Gleichungen hinzuschreiben für den Fall, daß die Störungen, die man in das Feld hineinsetzt, unendlich klein sind. Dann unterscheiden sich die g nur um unendlich wenig von denen, die ohne jene Störung vorhanden waren; die Störungen pflanzen sich dann mit derselben Geschwindigkeit fort wie das Licht.

Born: Aber bei großen Störungen ist es wohl sehr kompliziert?

Einstein: Ja, da ist es ein mathematisch kompliziertes Problem. Überhaupt ist es schwer, exakte Lösungen der Gleichungen zu finden, da die Gleichungen nicht linear sind.

Jäger: Einstein sollte uns mitteilen, wie er sich die Ausführung des Fundamentalexperiments denkt, und es wäre interessant, zu vernehmen, welchen Standpunkt die hier anwesenden Astronomen dazu haben.

Einstein: Ich bin nicht der kompetente Mann, um im einzelnen zu fixieren, wie die Astronomen das machen sollen. Es handelt sich um die Photographie der Fixsterne in der Nähe der Sonne bei einer totalen Sonnenfinsternis, um zu entscheiden, ob die Sonnennähe die scheinbaren Orte der Sterne beeinflußt oder nicht.

Jäger: Ist nicht ein Astrophysiker der Meinung, daß Veränderungen der Bilder der Fixsterne entstehen, je nachdem die Sonne dabei ist oder nicht, und daß die von Einstein gesuchte Änderung dagegen völlig verschwindet?

Einstein: Darüber werden Fachleute urteilen müssen; vorläufig muß man abwarten, wie die Aufnahmen ausfallen.

Mie: Ich möchte noch auf eine andere experimentelle Konsequenz der verschiedenen Gravitationstheorien aufmerksam machen. Nach der Einsteinschen Theorie muß die Schwingungsdauer der Atome an einer Stelle hohen Gravitationspotentials eine andere sein als beim Gravitationspotential Null. Die Linien eines Serienspektrums müssen also auf einem Fixstern von großer Masse gegen die auf der Erde beobachteten Linien verschoben sein. Das ist nach meiner Theorie nicht so. Meiner Theorie liegt, wie ich hier bemerken möchte, ein bestimmtes Prinzip zugrunde. Ich habe allerdings das Prinzip von der Identität der schweren und der trägen Masse fallen gelassen und glaube auch, daß man darauf keine Theorie gründen kann. Dafür habe ich das Prinzip, daß der absolute Wert des Gravitationspotentials ohne jeden Einfluß auf die physikalischen Erscheinungen ist. Ich nenne das den Satz von der Relativität des Gravitationspotentials. Nach meiner Theorie sind also die Verschiebungen der Spektrallinien, die die Einsteinsche Theorie ansagt, nicht zu erwarten.

Einstein: Ja, das ist richtig; nach meiner Theorie und auch nach der von Nordström muß das stattfinden; ein Oszillator, der von hier nach der Sonne transportiert wird, muß da langsamer schwingen. Leider ist es so, daß auch noch andere Ursachen Linienverschiebungen bedingen, und daher ist es sehr schwer, zu prüfen, ob eine solche Verschiebung gerade dieser Ursache entspringt.

---

einer Flüssigkeit unter dem Einfluß von Volumkräften, wie z. B. der Schwere, kann nur zustande kommen, weil eine Zustandsgleichung zwischen Volumen und Druckspannung herrscht.

Es ist also wohl auch im leeren Raume eine Zustandsgleichung etwa zwischen den Gradienten der Lichtgeschwindigkeit und gewissen nach dem Vorgange von Maxwell zu fingierenden Spannungen nötig. Bei zentralsymmetrischem Felde z. B. läuft eine solche Bedingung auf eine Zustandsgleichung zwischen Energiedichte und Spannungen des leeren Raumes hinaus.

Wie man sich dies formelmäßig etwa denken muß, hat Herr M. Abraham nach Analogie des Maxwellschen elektrodynamischen Spannungssystems für das Gravitationsfeld ausgeführt (International Congress of Mathematicians, Cambridge Aug. 1912). Ich habe nur Eins daran auszusetzen, und dies Eine betrifft gerade den Kern meiner Frage.

Nämlich in der Abrahamschen Darstellung werden die Volumkräfte der Feldenergiedichte des von ponderabler Masse freien Raumes Null, und dies dürfte nicht sein, wenn jede Energie, wie es Herr Einstein an die Spitze seines Gravitationssystems stellt, Masse und damit auch Schwere besitzt.

Hat Herr Einstein das obige Abrahamsche Spannungssystem durch ein anderes ersetzt, in dem auch an der Feldenergiedichte des leeren Raumes Schwerkräfte angreifen, die sich mit den Spannungen Maxwellscher Art dadurch ins Gleichgewicht setzen, daß diese einer Deformation des Feldes, z. B. einer Änderung der Energiedichte, Widerstand leisten?

Die Feldenergie des leeren Raumes erhielte dadurch gewisse elastische Eigenschaften!

Ferner unterscheiden sich doch wohl die Schwerkräfte des leeren Raumes von denen der Materie dadurch, daß erstere sich im statischen Falle mit den quasi Maxwellschen Spannungen stets ins Gleichgewicht setzen, auch ohne Zuhilfenahme von Bewegungsgröße bzw. Energiestrom, während die Schwerkräfte diskreter Körper niemals ohne Erzeugung von Bewegungsgröße oder andere äußere Kräfte ins Gleichgewicht kommen. Durch welche andere Zustandsgleichung zwischen Lichtgeschwindigkeit und Spannungen innerhalb der Materie muß dies herauskommen?

Eine Stellungnahme des Herrn Einstein gegenüber dieser Fragestellung würde sicher auch manchem anderen Leser seiner Abhandlungen willkommenen Aufschluß geben. H. Reißner.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann.

Von W. de Sitter.

In Proc. Amst. Acad. Februar 1913 (Band **15**, S. 1297) und diese Zeitschr. **14**, 429, 1913 habe ich gezeigt, daß die Existenz spektroskopischer Doppelsterne, deren Bewegung den Keplerschen Gesetzen folgt, in der Wahl zwischen den Lichttheorien von Ritz (Emissionstheorie) und Lorentz (konstante Lichtgeschwindigkeit) zugunsten letzterer entscheidet.

Verläßt man den Standpunkt, daß nur zwischen diesen zwei Theorien zu wählen sei, so wird die Fragestellung eine andere. Die Lichtgeschwindigkeit in der Richtung der Quelle kann dann z. B. gesetzt werden

$$v = c + ku.$$

Sind nur $k = 0$ (Lorentz) oder $k = 1$ (Ritz) zulässig, so ist die Wahl unzweideutig. Läßt man auch zwischenliegende Werte von k zu, so ist die Frage eine obere Grenze für k zu bestimmen. Man kann ja experimentell niemals die Konstanz irgendeiner Größe behaupten, sondern nur die Konstanz innerhalb gewisser Grenzen.

Wie Herr P. Guthnick (Astr. Nachr. **195**, S. 265) und Herr E. Freundlich (diese Zeitschrift **14**, 835) sehr richtig hervorheben, wird in der Bewegung eine scheinbare Exzentrizität auftreten, die proportional ist mit $k \cdot u_0 \cdot \Delta$, wo u_0 das Maximum von u ist.

Um eine obere Grenze für k zu finden, nehmen wir z. B. den gut bekannten Stern β Aurigae. Die Beobachtungsdaten sind:

$$\pi = 0'',014, \quad e = 0{,}005, \quad u_0 = 110 \frac{km}{sec}, \quad T = 3',96.$$

Setzen wir als obere Grenzen, die durch die Ungenauigkeit der Beobachtungen noch zulässig sind:

$$\pi < 0'',05, \text{ also } \Delta > 65 \text{ Lichtjahre}$$
$$e < 0{,}015,$$

so findet man:

$$k < 0{,}002.$$

Vielleicht werden andere Sterne noch kleinere Werte geben. Die kleinsten Werte werden natürlich geliefert von den Sternen mit den kleinsten Parallaxen. Leider sind von den meisten Sternen die Parallaxen noch unbekannt. Es gibt aber eine große Anzahl spektroskopischer Doppelsterne mit großen Geschwindigkeiten und kleinen oder verschwindenden Exzentritäten, und es kann nicht bezweifelt werden, daß die Mehrzahl dieser Sterne kleine Parallaxen hat und deshalb noch viel kleinere Werte für k geben wird als β Aurigae. Dieser Stern ist ja nur gewählt worden, weil seine Parallaxe bekannt und folglich verhältnismäßig groß ist.

Herr Freundlich hebt hervor, daß die Statistik der spektroskopischen Doppelsterne eine gewisse Vorliebe der Apsidenlinien für die Richtung nach der Sonne hin aufweist. Das würde für die Hypothese eines meßbaren Wertes von k sprechen. Es gibt aber eine andere statistische Tatsache, die meiner Meinung nach weitaus besser verbürgt ist, die dagegen spricht. Das ist auch schon von Herrn Guthnick hervorgehoben. Die spektroskopischen Doppelsterne mit kurzer Periode, also großem u, haben kleine oder verschwindende Exzentrizitäten, während diejenigen mit langen Perioden und die visuellen Doppelsterne im allgemeinen größere Exzentrizitäten haben. Wenn k einen beträchtlichen Wert hätte, müßte das natürlich gerade umgekehrt sein.

Der oben gefundene kleine Wert der oberen Grenze für k scheint jedoch alle ferneren Betrachtungen dieser Art überflüssig zu machen.

Leiden, Oktober 1913.

(Eingegangen 28. Oktober 1913.)

Sauerstoff in der Sonne.

Von C. Runge und F. Paschen.

(Mit Tafel LV.)

Der Beweis, daß sich in der Sonne Sauerstoff befindet[1]), stützt sich auf die Beobachtung von drei roten Sauerstofflinien, die das erste Triplett der Hauptserie des Serienspektrums bilden und mit drei Fraunhoferschen Linien, soweit die Genauigkeit der Messung reicht, nach ihrer Lage sowohl wie nach ihren Intensitätsverhältnissen übereinstimmen. Die drei Fraunhoferschen Linien sind, so weit es hat konstatiert werden können, wirkliche Sonnenlinien, d. h. sie haben ihren Ursprung nicht in der Absorption der Erdatmosphäre[2]). Daß die anderen Linien des Serienspektrums des Sauerstoffs unter den Fraunhoferschen Linien nicht beobachtet werden, darf nicht wundernehmen. Man findet immer, daß das Grundglied eines Seriensystems, und um das handelt es sich hier, einen viel

1) Runge und Paschen, Astrophys. Journ. **4**, 318, 1896. Siehe auch Wied. Ann. **61**, 651, 1897.
2) Jewell, Astrophys. Journ. **6**, 456, 1897.

stärkeren Absorptionskoeffizienten hat als die übrigen Glieder. Das entsprechende Glied im Spektrum des Natriums wird z. B. von den *D*-Linien gebildet, die ebenso die Eigenschaft haben, viel stärker zu absorbieren als die übrigen Linien. Diese Tatsache wird der Eine von uns demnächst für einen bestimmten Fall näher nachweisen.

In neuerer Zeit hat Geiger drei kräftige Linien im Spektrum des elektrischen Bogens zwischen Eisenelektroden beobachtet, die ebenfalls mit den drei Sauerstofflinien nach Lage und Intensitätsverhältnis übereinstimmen[1]). Wenn diese im Eisenbogen beobachteten Linien wirklich dem Eisen zuzuschreiben wären, so würde dadurch der Beweis von Sauerstoff in der Sonne hinfällig werden. Denn die kräftigeren Linien des Eisenspektrums finden sich alle unter den Fraunhoferschen Linien. Es würden dann zufällig drei Eisenlinien mit drei Sauerstofflinien zusammenfallen; aber die Sauerstofflinien brauchten nicht unter den Fraunhoferschen Linien zu sein.

Nun ist die Übereinstimmung von drei Linien zweier Elemente bei der Genauigkeit, mit der sie gemessen sind, und bei der geringen Dichtigkeit, mit der die Linien im roten Teil des Spektrums verteilt sind, an und für sich sehr unwahrscheinlich, so daß man, wenn nicht gewichtige Gründe dafür sprechen, nicht geneigt sein würde, beiden Elementen dieselben drei Wellenlängen zuzuschreiben. Es läßt sich in diesem Falle aber auch direkt zeigen, daß die drei von Geiger im Eisenbogen beobachteten Linien tatsächlich keine Eisenlinien sind.

Wir haben das Spektrum des Eisenbogens mit einem Rowlandschen Konkavgitter von 3 m Krümmungsradius in erster Ordnung aufgenommen. Die Strahlen, die vom Spalt ausgehen, werden durch einen Hohlspiegel parallel auf das Gitter geworfen, und der fragliche Teil des Spektrums wird durch geeignete Drehung des Gitters in die Richtung der Gitternormalen gebracht. In dieser Richtung ist die Abbildung des Spaltes stigmatisch. Der Bogen ging zwischen zwei vertikalen Eisenstäben über, von denen der untere die Anode, der obere die Kathode bildete. Auf der Anode entsteht dabei ein Oxydtropfen, und auf diesem tanzt eine weiß leuchtende Stelle hin und her, von dem der Bogen ausgeht. Der Bogen wurde auf dem Spalt mit einem photographischen Objektiv so abgebildet, daß der Tropfen auf dem oberen Teil des Spaltes lag, und das Objektiv wurde mit der Hand so hin- und hergeführt, daß die leuchtende Stelle immer so viel wie möglich an dem oberen Ende des Spaltes lag und das Bild des Bogens darunter. Die Platte war mit Dizyanin für Rot sensibilisiert. Das ultraviolette Licht wurde, soweit die Glaslinsen es noch durchließen, durch ein für Rot allein durchlässiges Filter (Wratten & Wainwright, Alpha) abgeschnitten. Nach Exposition von etwa einer halben Stunde erschienen auf der Platte mit Ausnahme einer Linie $\lambda = 7772{,}74$[1]) alle von Geiger in dieser Gegend gemessenen Linien, aber die fraglichen Linien waren deutlich von den anderen unterschieden. Während nämlich jene an der Stelle erschienen, die dem Bogen selbst entsprach, lagen diese drei Linien dicht an der der Anode entsprechenden Stelle. Würden wir das obere Ende des Spaltes bedecken, so würden diese drei Linien im Spektrum fehlen, während der übrige Teil unverändert bliebe.

Es machte keinen Unterschied, ob die Stromquelle 220 Volt oder 60 Volt Spannung hatte. Wenn wir den Eisenbogen in verdünnter Luft von 1 cm Quecksilbersäule übergehen ließen, so erschienen die drei Linien ebenfalls an der Anode. Wenn der Bogen dagegen zwischen Kohleelektroden in Luft von Atmosphärendruck überging, wobei auf die Anode Stückchen Eisendraht gelegt wurden, so erhielten wir die drei Linien nicht, wohl aber die übrigen von Geiger gemessenen Linien[2]).

Man hat nach diesen Versuchen, wie wir meinen, keinen Grund, daran zu zweifeln, daß die drei Linien Sauerstofflinien sind. In dem Eisenbogen geht wahrscheinlich fortwährend in der Nähe der Anode eine Oxydation und Reduktion des Eisens vor sich, während zwischen Kohleelektroden die Oxydation des Eisens durch den Kohledampf behindert wird. Wir haben die Wellenlängen der drei Sauerstofflinien gegen die benachbarten Eisenlinien gemessen und erhielten unter Benutzung der von Burns[3]) im internationalen System gemessenen Eisenlinien die folgenden Werte

7772,01, 7774,21, 7775,50 Å.-E.

Auf das Rowlandsche System des preliminary solar spectrum bezogen, würden sie um 0,29 höher sein:

7772,30, 7774,50, 7775,79 Å.-E.

Nach den Messungen auf drei verschiedenen

1) Geiger, Ann. d. Phys. 39, 786, 1912.

1) Bei Geiger ist diese Linie nur auf einer Platte gemessen, obwohl er ihre Intensität größer angibt als die der Eisenlinie 7748,5. Unsere Aufnahme zeigt nichts dergleichen.

2) Auch im Vakuumbogen zwischen Kohleelektroden, dessen positive ein Stück metallischen Kalziums enthielt, fand Herr E. Lorenser die drei roten Linien 7772,21, 7774,46, 7775,70 des Sauerstoffs (Tübinger Dissertation 1913, §§ 14 und 22).

3) Burns, Compt. Rend., Mai 1913.

Platten sollten die Wellenlängen bis auf wenige Hundertstel richtig sein.

Wir besitzen eine Kontrolle auf die Richtigkeit der Messungen und zugleich auf die Richtigkeit der Behauptung, daß sie dem Sauerstoff angehören in den Differenzen ihrer Schwingungszahlen. Nach den Seriengesetzen müssen die Differenzen der Schwingungszahlen mit denen der übrigen Tripletts im Sauerstoffspektrum übereinstimmen. Die Zahlen der Schwingungen, die auf 1 cm Lichtweg in Luft kommen, ergeben sich zu

12866,68, 12863,04, 12860,91.

Die Differenzen sind 3,64 und 2,13, während das Mittel aus den Differenzen der übrigen Tripletts des Serienspektrums sich auf 3,70 und 2,08 beläuft[1]). Damit die Schwingungszahlen dieselben Differenzen ergeben, braucht man sie nur um +0,02, −0,04, +0,01 zu korrigieren. Das entspricht den Wellenlängenkorrektionen

−0,012, +0,024, −0,006 Å.-E.,

Abweichungen, die innerhalb der Fehlergrenzen liegen.

Die Figur (auf Tafel LV) zeigt eine Vergrößerung einer unserer Aufnahmen bei ziemlich breitem Spalt. Die Anodenseite ist die Seite des Spektrums, auf der die Skala angebracht ist. Zur besseren Orientierung hatten wir Kalium in den Bogen gebracht, damit die beiden in der Nähe gelegenen roten Kaliumlinien mit auf die Platte kommen sollten.

1) Runge und Paschen, Wied. Ann. **61**, 657, 1897. Anm. bei der Korrektur (von F. Paschen). Auch die Grundlinie des zweiten im Sauerstoff beobachteten Seriensystems 8446,73 (F. Paschen, Ann. d. Phys. **27**, 562 u. 563, 1908) findet sich unter den Eisenlinien Geigers als starke Linie ($\mathcal{J} = 7$).

Paschen 8446,73, möglicher Fehler 0,15 Å.-E.
Geiger 8446,84, mit lerer „ 0,05 „

Die Herren Meißner und Pauli wiesen im Tübinger Laboratorium mit einem lichtstarken Prismenspektrographen nach, daß eine Eisenlinie dieser Wellenlänge nicht vorhanden ist, sondern daß diese Linie im Eisenbogen wie das rote Sauerstofftriplett an der Anode erscheint. Man sollte diese Linie daher auch im Sonnenspektrum erwarten. Doch reichen die bisherigen Messungen des Sonnenspektrums nicht so weit.

(Eingegangen 2. November 1913.)

Neuer Typus eines Absorptionsspektrums.

Von J. Koenigsberger und K. Vogt.

(Mit Tafel LVI.)

Gelegentlich der Untersuchung der Absorptionsspektren von gefärbten Körpern wurden uns von Herrn Th. Curtius in Heidelberg Proben des von ihm entdeckten[1]) Tetrazins, eines schwer herzustellenden sehr wertvollen, zur Stickstoffwasserstoffgruppe gehörigen Präparats

gütigst überlassen. Die rötlich gefärbten Kristalle zeigen keine selektive Reflexion und haben daher ein $p \cdot \frac{e}{m} < 10^5$[1]). Bei tiefen Temperaturen wird das Absorptionsgebiet schmäler, die Kristalle sehen mehr rotviolett aus.

Der Tetrazindampf besitzt ein diskontinuierliches Absorptionsspektrum im Gelb und Grün, das Th. Curtius schon gesehen hatte. Dies Spektrum zeigt bemerkenswerte Eigenschaften, die, soviel uns bekannt, bei anderen Stoffen noch nicht beobachtet wurden.

Da das Tetrazin bei Zimmertemperatur merkbar verdampft, wurde es in sehr gut auf $1 \cdot 10^{-3}$ mm evakuierten, von Hg-dampf- und H_2O-dampffreien und auch in luftgefüllten Kugeln von 2 und 5 cm Durchmesser bis zu 80° erhitzt, in den Strahlengang einer Bogenlampe gebracht und das Absorptionsspektrum in einem Spektrographen mit Rowlandschem Plangitter beobachtet, dessen Auflösung in der 5. Ordnung 0,035 Ångström betrug.

Tetrazindampf zersetzt sich so rasch durch Belichtung, daß die in jede Kugel eingebrachte Substanzmenge von etwa 5 mg nach längstens halbstündigem Gebrauch verschwunden war. Wie Versuche mit Farbfiltern lehrten, wird diese Zersetzung durch gelbes und grünes Licht hervorgebracht. Luft verursacht weder eine merkliche Verzögerung der Zersetzung, noch übt sie einen wahrnehmbaren Einfluß auf das Spektrum aus[2]).

Der Typus des Spektrums weicht von den bekannten Absorptionsspektren erheblich ab, wie aus dem wiedergegebenen Teil — siehe Fig. 1 der angehängten Tafel — hervorgeht. Er ist ganz verschieden von dem der typischen Bandenspektren, z. B. der Halogene oder des Stickstoffdioxyds, des Schwefels, oder der Kohlenwasserstoffe im Ultraviolett usw., von denen es sich außerdem durch Fehlen größerer selektiver

1) Th. Curtius, A. Darapski, E. Müller, Ber. d. D. Chem. Ges. **40** (I), 84, 1907.

1) Vgl. E. v. Bahr u. J. Koenigsberger, Abh. d. Heidelb. Akad. **26**, 4, 1911.

2) Da dies kostbare, im Handel nicht erhältliche Material nur für wenige Versuche reichte, wäre es wünschenswert, den Spezialtypus des Tetrazins bei anderen Dämpfen aufzufinden. Vielleicht wäre ein ähnliches Spektrum bei bestimmten Substanzen der Benzolgruppe, die viel halbfreie Elektronen besitzt, im Ultraviolett zu erwarten.

Absorptionsgebiete an der Grenze des Bandenspektrums unterscheidet. Es sieht wohl den Serienabsorptionsspektren der Metalldämpfe (z. B. Natrium) am ähnlichsten. Serienabsorption ist jedoch bei Verbindungen unbekannt. Der Dampf zeigte uns ferner, obgleich Linien der Serienspektra meist den Zeemaneffekt geben, keinen nachweisbaren Zeemaneffekt. Andererseits fehlt auch die Bandenspektra eigene magnetische Doppelbrechung, wie sie bei Brom mit unserer Anordnung beobachtet wurde. Die Versuche wurden in einem Feld von 8000 Gauß parallel zu den Kraftlinien angestellt.

Das Tetrazinspektrum besteht, soweit beobachtet, aus sieben Hauptlinien, die von Rot nach Violett in abnehmenden Abständen folgen. Zwischen ihnen befindet sich eine größere Anzahl von Nebenlinien verschiedener Intensität in einer Anordnung, die auf gesetzmäßige Verbindung deutet. Die Wellenlängen der intensivsten Linien sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt[1]). Sie sind an einer Photographie in der zweiten Spektralordnung des Gitters mit Hilfe des Mikroskops in bekannter Weise ausgemessen. Die Fehlergrenze beträgt etwa ± 0,2 Å. Mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E* sind die Hauptlinien bezeichnet.

E	4758,8	5016,4	5281,7	*A*	5513,5
	4847,9	5038,5	*B* 5304,4		5539,3
	4883,2	5054,6	5325,3		5565,7
	4904,4	5095,7	5348,8		5585,4
D	4921,8	*C* 5116,2	5368,5		5603,7
	4942,4	5133,4	5387,1		5659,1
	4956,3	5221,9	5422,2		5690,3
	4999,6	5237,2	5467,2		5710,4
	5013,8	5262,4	5493,3		

Mit *Ba* sind in der Fig. 1 der Tafel einige Linien des Bariumlichtbogens bezeichnet, die zu Meßzwecken auf das Spektrum photographiert wurden. Man sieht an der ganzen Anordnung der Absorptionslinien, daß auch kein Serienspektrum vorliegt. Man könnte am ehesten an Ähnlichkeit mit Emissionsspektra mancher Sternnebel denken. Herr L. Kilchling ist damit beschäftigt, zu prüfen, ob die Theorie von J. W. Nicholson[2]), die M. Wolf durch seine Untersuchung an den Spektren von Sternnebeln teilweise bestätigt fand, die Tetrazinlinien numerisch darstellt.

Bemerkenswert ist das Aussehen der Absorptionslinien. Die schwächsten sind scharf; sie seien hier als Typus I bezeichnet.

Die stärkeren Linien zeigen ein anderes Verhalten. Schon bei Zimmertemperatur besitzen sie im gesättigten Dampf einen beiderseits etwa 10 Å. breiten, zur Absorptionslinie unsymmetrischen schwachen (kontinuierlichen) Untergrund, der die Linie noch scharf hervortreten läßt. Linien dieser Art seien als Typus II bezeichnet; siehe auch Fig. 2 der Tafel. Ein derartiger Saum ist in Emissions- und einigen Absorptionslinien der Serienspektra der Metalldämpfe schon oft beobachtet worden. Mit zunehmender Dampfdichte verstärkt er sich zu einem breiten Untergrund, von dem sich deutlich die noch scharfe Absorptionslinie abhebt, ganz analog, wie das für die Emission P. Lenard[1]) von den *D*-Linien beschreibt.

Bei Erwärmung auf etwa 35° tritt dann auf der Seite des langsamen Abfalls unmittelbar neben der dunklen Absorptionslinie innerhalb des Untergrunds eine deutlich erkennbare helle Linie auf (Typus III, Fig. 3 der Tafel), etwa 1 Å. von der Absorptionslinie entfernt, und zwar bei *A* und *B* und allen ihren Nebenlinien nach größeren, bei *C*, *D* und *E* und deren Nebenlinien nach kleineren Wellenlängen.

Wird die Dichte weiter gesteigert, so verstärkt sich die Absorption des Untergrundes noch mehr, die ursprüngliche Linie tritt infolgedessen scheinbar zurück; die helle Linie aber bleibt und befindet sich dann fast symmetrisch inmitten des Absorptionsgebiets. (Typus IV, Fig. 4.)

Die beschriebene Erscheinung tritt bei allen Linien auf, sobald sie hinreichend intensiv sind, wie ein Blick auf das wiedergegebene Spektrum lehrt[2]). Bemerkenswert ist, daß relativ kleiner Dampfdruck hierzu genügt. Wie sich aus der angewandten Substanzmenge berechnen läßt, beträgt dieser maximal 17 mm *Hg*.

Bei Zersetzung oder Abkühlung verläuft die Erscheinung genau in umgekehrtem Sinn wie bei Erwärmung. Die Linien des Typus IV gehen in Typus III über, gleichzeitig die des Typus III in Typus II usw. Später zeigen die stärksten Linien Typus II, die schwachen Typus I; bei weiterer Zersetzung kommt nur noch Typus I vor und auch dieser verschwindet, wenn alles Tetrazin zersetzt ist, ein Beweis dafür, daß die Erscheinung nur durch das Auftreten des kontinuierlichen Untergrundes merklich wird.

Die Breite der schwachen Linien ist bei allen Drucken sehr gering und bleibt durchweg unter 0,035 Å. Die Linien des Typus IV dagegen sind

1) Die Dissertation des einen von uns wird ein vollständiges Verzeichnis enthalten.

2) J. W. Nicholson, Monthly Notices R. Astron. Soc. **72**, 49, 1912.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. **17**, 208, 1905.

2) Es ist gleichgültig, ob Luft zugegen ist oder nicht, ob das Licht stark oder schwach, die Glaskugel groß oder klein ist. Der Ofen hatte überall gleiche Temperatur. Das Licht ging senkrecht durch den zentralen Teil der Kugel. Man kann daher auch nicht die bei anomaler Dispersion in dichten inhomogenen Dämpfen von W. H. Julius entdeckte Ablenkung in Schichten variabler Dichte zur Erklärung heranziehen.

etwa 0,4 Å., die zugehörigen hellen Linien etwa 0,6 Å. breit und ihre Mitte von der Mitte der Absorptionslinie, wie schon erwähnt, etwa 1 Å. entfernt. Der kontinuierliche Untergrund ließ sich in der 5. Ordnung unseres Gitters nicht in Linien auflösen. Da das Auflösungsvermögen unserer Anordnung (0,035 Å.) nur wenig schwächer ist als die geringste Linienbreite (0,02 Å.), die der Dopplereffekt der Molekularbewegung bei dieser Temperatur notwendig verlangt, so wäre im Fall der Diskontinuität eine stellenweise Auflösung wahrscheinlich gewesen. Sonst muß man annehmen, daß der kontinuierliche Untergrund aus derart übereinandergehäuften Linien besteht, daß sie überhaupt nicht getrennt werden können.

Durch sorgfältige photometrische Beobachtungen wurde festgestellt, daß die hellen Linien nicht etwa nur durch Kontrastwirkungen der benachbarten Absorptionslinien auffallen, sondern daß sie wirklich viel heller als der kontinuierliche Untergrund der näheren Umgebung sind. Andererseits sind sie aber nicht heller als die Lichtquelle, müssen also nicht notwendig einem Eigenemissionsvorgang entsprechen[1]). Man könnte ihre Entstehung auf mehrere kontinuierliche Absorptionsgebiete zurückführen, die sich mit zunehmender Dampfdichte verschieden ändern und zwischen sich bei hoher Dampfdichte zufällig ein kurzes Gebiet, eine Lücke, freilassen, das dann als helle Linie erscheint. Da die Erscheinung aber bei fast allen starken Linien des Tetrazins auftritt, ist die Erklärung durch eine Zufälligkeit recht unwahrscheinlich. Vielleicht kommt die helle Linie durch einen Resonanzvorgang zustande, dergestalt, daß ein Teil der absorbierten Energie wieder emittiert wird. R. W. Wood hat gefunden, daß nichtleuchtender Natrium- und Quecksilberdampf bei Bestrahlung mit Natrium- bzw. Quecksilberlicht nach allen Seiten Licht derselben Wellenlänge reemittiert. Hiervon unterscheidet sich die hier mitgeteilte Erscheinung dadurch, daß sich die Reemission nicht allseitig vollzieht. Wir konnten keine Fluoreszenz nach der Seite beobachten, die unter denselben Bedingungen bei Joddampf leicht zu sehen war. Man könnte daher an eine gerichtete Fluoreszenz des Tetrazindampfs denken. Sie würde durch kohärente, nur durch die Ausstrahlung selbst gedämpfte Schwingungen mehrerer benachbarter Elektronen im Molekülring in derselben Weise zustande kommen, wie man nach dem Prinzip von Huygens die geradlinige Fortpflanzung des Lichtstrahls erklärt.

Diese Untersuchung ist mit den seinerzeit vom Elizabeth Thompson Science Fund in Boston bewilligten Mitteln angestellt worden, wofür wir dem Board of trustees unseren besten Dank aussprechen möchten.

(Eingegangen 28. Oktober 1913.)

1) Wenn man ein ähnliches Spektrum sonst findet, würde man es wohl als Überlagerung eines diskontinuierlichen Emissionsspektrums über ein Absorptionsspektrum deuten.

Über die Veränderlichkeit von Absorptionsspektren. III.

(On the Variability of Absorption Spectra. III.)

Von G. H. Livens.

In der vorangegangenen Mitteilung habe ich für die Mehrzahl der Veränderungen der Spektren einer Substanz infolge von Änderungen im Aggregationsverhältnis ihrer Moleküle eine Erklärung auf Grund der Lorentz-Drudeschen Dispersionstheorie gegeben. Ich will jetzt den Versuch machen, diese Theorie so zu erweitern, daß sie den Einfluß der Temperatur auf das Spektrum jeder beliebigen Substanz erklärt. Bei der direkten Anwendung der Theorie begegnet man einer geringen Schwierigkeit, aber die Erscheinungen selbst legen eine Erklärung nahe, und wenn man diese annimmt, so besitzt sie sehr wichtige Erweiterungsmöglichkeiten zur Erklärung der Wirkung chemischer Einflüsse auf das Absorptionsvermögen eines Atoms oder einer Atomgruppe.

Die beobachteten Änderungen, die von einer Temperaturerhöhung herrühren, bestehen im wesentlichen darin, daß die Absorption im allgemeinen zunimmt (und zwar wahrscheinlich am kurzwelligen Ende des Spektrums rascher), und daß ferner die Absorptionsbanden nach dem roten Ende des Spektrums hin verschoben werden, wobei sie sich zugleich ausbreiten und diffuser werden. Das ist aber genau dieselbe Wirkung wie die, welche durch eine Steigerung der Dichte der Substanz hervorgerufen wird, obschon die Änderungen innerhalb weiter Temperaturbereiche in der Regel verhältnismäßig gering gegenüber jenen sind, die man für gewöhnlich durch Veränderung der Dichte hervorbringen kann.

Die beobachteten Tatsachen führen uns somit, wenn wir sie mit der vorliegenden Theorie zusammennehmen, zu dem Schlusse, daß eine Steigerung der Temperatur gewissermaßen eine Erhöhung der Dichte der Oszillatoren verursacht,

1) I: siehe diese Zeitschrift **14**, 841, 1913; II: ebenda 1050.

die von Licht, das über sie hinweggeht, beeinflußt werden. Wie dies genau erfolgt, sehen wir am besten nach einem kurzen Überblick über die Ergebnisse der neuesten Arbeiten über die Natur des Oszillators und über die Bedingungen, unter denen er wirksam ist.

Unsere gegenwärtige Theorie des Mechanismus der Lichtabsorption und -emission ist verhältnismäßig einfach. Das Licht ist eine elektromagnetische Strahlung, und mithin müssen die emittierenden oder absorbierenden Faktoren elektrische Ladungen sein; in der Tat sind es die Elektronen, die, wie wir wissen, in jedem Stück Materie in beträchtlicher Anzahl vorhanden sind. In metallischen Substanzen scheinen sie in verhältnismäßig freiem Zustande vorzukommen; in nicht leitenden Medien indessen betrachtet man sie für gewöhnlich als an gewisse Gleichgewichtslagen in den verschiedenen Atomen gebunden; um diese Gleichgewichtslagen können sie dann schwingen, und sie werden daher zum Mittelpunkte einer elektromagnetischen Welle. Wenn wir indessen eine derartige Theorie bis in ihre Konsequenzen entwickeln, so werden wir zu dem Schlusse gezwungen, daß im allgemeinen die Elektronen in einem normalen stabilen Molekül weder imstande sind, eine Strahlung auszusenden, noch von ihr in irgendwie merklichem Grade beeinflußt zu werden. Wir finden in der Tat, daß die zur Erklärung vieler unter den Spektrallinien erforderliche Anzahl der Elektronen viel kleiner ist als die Anzahl der Moleküle in der betreffenden Substanz. Beispielsweise weist beim Natriumdampf die Theorie darauf hin, daß von mehreren Tausend Natriumatomen in einem gegebenen Augenblick nur eins an der Absorption der *D*-Linien teilnimmt. Dieser Umstand legt die Vermutung nahe, daß die aktiven Moleküle die Moleküle in irgendeinem abnormalen Zustande sind. Die allgemeine Meinung scheint heutzutage die Ansicht zu begünstigen, daß dieser abnormale Zustand der ist, welcher während des Vorgangs der Ionisation oder der Wiedervereinigung (elektronischer oder elektrolytischer Natur) besteht, und man nimmt an, daß derartige Vorgänge das Molekül befähigen, Energie zu emittieren oder aus dem Äther zu absorbieren; d. h., während der kurzen Periode, in der diese Vorgänge den Mechanismus im Innern des Atoms oder des Moleküls betätigen, ist dieses gegen äußere Einflüsse sehr empfindlich. Die neuesten Arbeiten von Stark, Lenard und anderen Forschern scheinen zugunsten dieser Auffassung zu sprechen.

Wenn diese Ansicht richtig ist, bedarf es zur Erklärung der Wirkung einer Temperaturerhöhung auf die Absorptionsspektren keiner weiteren Annahme. Wenn das Molekül nur unter den genannten abnormalen Verhältnissen aktiv ist, wird eine Temperatursteigerung beinahe sicher die Häufigkeit des Auftretens dieser Verhältnisse erhöhen, oder, mit anderen Worten, die Dichte der abnormalen Moleküle in jedem Augenblick steigern, und das ist alles, was wir im allgemeinen nach der vorstehenden Theorie brauchen, um die beobachteten Änderungen mit der Temperatur, wenigstens qualitativ, zu erklären.

Eine derartige Erklärung erfordert natürlich eine kleine Änderung der in meiner früheren Veröffentlichung aufgestellten Sätze. Diese Änderung ist indessen unwesentlich und berührt die allgemeine Beweisführung nicht im geringsten. Eine Änderung des Aggregationsverhältnisses irgendeiner Substanz wird wahrscheinlich auch eine Änderung in den Bedingungen für das Auftreten der wirksamen abnormalen Moleküle verursachen; aber sämtliche Ergebnisse sind richtig, wenn man sie direkt als Funktionen der Dichte der aktiven Moleküle deutet.

Diese Form der Theorie hat eine große Bedeutung für die Erklärung vieler der Änderungen in den Spektren, die man während chemischer Änderungen und nach solchen beobachtet, zumal wenn wir uns die Thomsonsche Auffassung von der Wirkungsweise bei chemischen Vorgängen zu eigen machen. Sämtliche bei derartigen Vorgängen mitsprechende Änderungen werden sicherlich die Bedingungen für das Auftreten des besonderen aktiven Moleküls verändern. Es mag indessen erwähnt werden, daß die vorliegende Theorie für die etwa erforderliche Einführung der Drudeschen Ansicht hinlänglich Raum läßt, nach welcher ein Teil des Spektrums (das Ultrarot) Schwingungen der Atome selbst in den Molekülen entspricht, und dieser Teil vermutlich durch chemische Änderungen erheblich verändert wird. Wenn der tatsächliche Umfang einer solchen Änderung (die sogar die vollständige Auslöschung eines Teiles des Spektrums in sich schließen kann) bestimmt ist, gibt die vorstehende Theorie ihren Einfluß auf das übrige Spektrum genau an.

Mithin scheint bei Einführung dieser Auffassung vom Ursprung der Absorption, die sich uns auch durch verschiedene andere, ganz unabhängige Erscheinungen aufzwingt, die vorliegende Theorie, wenigstens qualitativ, eine Erklärung für alle die Änderungen der besprochenen Art zu liefern, die an verschiedenen Spektren beobachtet worden sind. Abgesehen davon, daß sie auf einer nahezu unangreifbaren theoretischen Grundlage beruht, hat sie den ausgesprochenen Vorteil, einfach zu sein, und sie verdient daher von seiten der experimentellen

Forscher weit mehr Aufmerksamkeit, als ihr bisher zuteil geworden ist.

Sheffield, 29. Oktober 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 31. Oktober 1913.)

Der Dampfdruck metallischen Wolframs[1]. (The Vapor Pressure of Metallic Tungsten.)

Von Irving Langmuir.

Der Dampfdruck von Metallen ist in den letzten Jahren Gegenstand vieler Untersuchungen gewesen.

Greenwood[2]) hat die Siedepunkte mehrerer Metalle bei drei oder vier verschiedenen Drucken direkt bestimmt. Das von ihm angewandte Verfahren bestand darin, das Metall in einem Tiegel aus Kohle oder Magnesia in einem elektrischen Ofen zu erhitzen, und die Temperatur zu beobachten, bei der zuerst Metalltropfen aus der geschmolzenen Oberfläche emporgeschleudert wurden. Die untersuchten Metalle waren Kupfer, Zinn, Silber, Blei, Wismut, Antimon, Magnesium, Eisen, Chrom, Mangan und Aluminium. Die Siedepunkte bei Atmosphärendruck lagen zwischen 1120° C für Magnesium und 2450° für Eisen.

Kürzlich hat v. Wartenberg[3]) die Dampfdrucke von Blei, Silber und Thallium nach der dynamischen Methode quantitativ bestimmt, d. h. in der Weise, daß er ein inertes Gas sehr langsam über das erhitzte Metall hinwegstreichen ließ und die Konzentration des Metalldampfes in dem Gase maß.

Die Flüchtigkeit vieler Metalle ist qualitativ beobachtet worden, aber außer für die oben genannten Metalle und für so leicht flüchtige Metalle wie Quecksilber, Zink, die Alkali- und Erdalkalimetalle, sind mir keine quantitativen Bestimmungen des Dampfdrucks oder des Siedepunktes bekannt.

Ich habe deshalb Versuche unternommen, um die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs im Vakuum bei verschiedenen Temperaturen, bis hinauf zum Schmelzpunkt, zu bestimmen.

Die kinetische Theorie setzt uns in den Stand, aus dieser Verdampfungsgeschwindigkeit den Dampfdruck zu berechnen, oder wenigstens eine untere Grenze für den Dampfdruck zu erhalten.

1) Eine vorläufige Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Untersuchung ist im Journal of the American Chemical Society **35**, 931, 1913, erschienen.

2) Chem. News **104**, 31—33, 42—45, 1912.

3) Zeitschr. f. Elektrochem. **19**, 482, 1913.

Die Beziehung zwischen dem Dampfdruck und der Verdampfungsgeschwindigkeit im Vakuum.

Wir wollen eine Oberfläche eines mit seinem gesättigten Dampfe im Gleichgewicht stehenden Metalls betrachten. Nach der kinetischen Theorie sehen wir das Gleichgewicht als einen Ausgleich zwischen der Verdampfungsgeschwindigkeit und der Kondensationsgeschwindigkeit an. Das heißt, wir fassen diese beiden Vorgänge als gleichzeitig und mit gleicher Geschwindigkeit verlaufend auf.

Im Falle von Flüssigkeiten oder festen Körpern bei Temperaturen in der Nähe ihres Siedepunktes, und auch noch bei so niedrigen Temperaturen, daß ihr Dampfdruck in der Nähe von einem Millimeter liegt, sind wir gewöhnt, anzunehmen, daß immer Gleichgewicht zwischen dem Dampf und der Flüssigkeit oder dem festen Körper an der Grenzfläche zwischen beiden herrschen muß. Einerlei beispielsweise, wie rasch wir Wasser kochen, wir sind vermutlich zu der Annahme berechtigt, daß der Dampf an der Grenzfläche zwischen dem Wasser und dem Dampf gesättigt ist.

Das bedeutet aber einfach, daß wir Wasser, wenn wir es so schnell kochen lassen, wie wir können, immer noch mit einer Geschwindigkeit verdampfen lassen, die gegenüber der wirklichen Geschwindigkeit, mit der Wasser zu Wasserdampf verdampft und der Dampf sich wieder zu Wasser kondensiert, sehr klein ist.

Bei viel tieferen Temperaturen, wo der Dampfdruck von der Größenordnung von 0,001 mm ist, ist die Verdampfungsgeschwindigkeit eines Stoffes, selbst in einem praktisch vollkommenen Vakuum, sehr klein. Dies beruht nicht auf der Abkühlung des Stoffes infolge seiner eigenen Verdampfung, sondern einfach darauf, daß die Geschwindigkeit, mit der die Dampfmoleküle gebildet werden, begrenzt ist.

Beispielsweise können wir Quecksilber nicht dadurch zum Gefrieren bringen, daß wir es in ein sehr hochgradiges Vakuum bringen, obwohl es, wie wir wissen, selbst bei seinem Gefrierpunkt einen merklichen Dampfdruck hat.

Bei Temperaturen, die so niedrig sind, daß der Dampfdruck einer Substanz nicht mehr als ein Millimeter beträgt, können wir annehmen, daß die wirkliche Verdampfungsgeschwindigkeit einer Substanz von der Gegenwart von Dampf in ihrer Umgebung unabhängig ist. Das heißt, die Verdampfungsgeschwindigkeit in einem hochgradigen Vakuum ist dieselbe wie die Verdampfungsgeschwindigkeit bei Anwesenheit gesättigten Dampfes. In ähnlicher Weise können wir annehmen, daß die Kondensationsgeschwin-

digkeit nur durch die Gegenwart des Dampfes bestimmt wird.

Nun läßt sich die Geschwindigkeit, mit welcher der gesättigte Dampf mit dem Metall in Berührung kommt, leicht auf Grund der Prinzipien der kinetischen Theorie berechnen, wenn der Dampfdruck bekannt ist. Sicherlich kann die Kondensationsgeschwindigkeit des Dampfes nicht größer sein als die Geschwindigkeit, mit der er mit dem festen Körper oder mit der Flüssigkeit in Berührung kommt.

Diese Berechnung ist ähnlich wie die der Ausströmung von Gasen durch kleine Öffnungen[1]).

Wir wollen einen Einheitswürfel des Dampfes betrachten, der an einer Fläche von dem Metall begrenzt wird. Wir wollen die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher der Dampf mit dem Metall in Berührung kommt. Die Hälfte der Moleküle in diesem Einheitsvolumen bewegt sich auf das Metall zu, die andere Hälfte bewegt sich von ihm fort. Bezeichnen wir mit ϱ die Dichte des Gases, so ist die Masse des sich auf das Metall zu bewegenden Gases $^1/_2\,\varrho$.

Es sei Ω die (arithmetische) Durchschnittsgeschwindigkeit der Moleküle. Es läßt sich leicht nachweisen, daß dann die mittlere Komponente der Geschwindigkeit nach jeder gegebenen Richtung $^1/_2\,\Omega$ ist. Mithin ist die mittlere Geschwindigkeit, mit der sich die Gasmoleküle in der Masse $^1/_2\,\varrho$ dem Metall nähern, $^1/_2\,\Omega$. Die Gasmasse m, welche in jeder Sekunde gegen die Flächeneinheit des Metalles trifft, ist daher $^1/_2\,\varrho \times {}^1/_2\,\Omega$, also:

$$m = \frac{1}{4}\varrho\Omega. \qquad (1)$$

Das gewöhnliche Gasgesetz

$$pV = RT$$

können wir in der Form

$$\varrho = \frac{pM}{RT} \qquad (2)$$

schreiben, wo

p = Druck,
M = Molekulargewicht,
T = absolute Temperatur (° Kelvin),
R = Gaskonstante = $83{,}2 \times 10^6$ Erg/Grad

ist.

Die mittlere Geschwindigkeit Ω der Moleküle wird durch die Beziehung

$$p = \frac{\pi}{8}\varrho\Omega^2 \qquad (3)$$

gegeben, aus der mit Hilfe von (2)

$$\Omega = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \qquad (4)$$

folgt.

1) Vgl. Meyer, Kinetische Gastheorie, 1899, S. 82.

Wenn wir die Werte aus (2) und (4) in (1) einsetzen, erhalten wir für die Geschwindigkeit, mit welcher der Dampf mit dem Metall in Berührung gerät,

$$m = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}\cdot p. \qquad (5)^1)$$

Wenn wir annehmen können, daß jedes Atom des Dampfes, das auf das Metall auftrifft, sich kondensiert, dann liefert uns die Gleichung (5) die gesuchte Beziehung zwischen dem Dampfdruck und der Verdampfungsgeschwindigkeit im Vakuum. Wenn indessen ein gewisser Bruchteil r der Atome des Dampfes an der Fläche reflektiert wird, dann wird der Dampfdruck im Verhältnis $1:(1-r)$ größer sein als der aus Gleichung (5) errechnete Wert.

Wir haben gute Gründe für die Annahme, daß eine Reflexion von Dampfmolekülen an der Berührungsfläche nur in einem Betrage stattfindet, der vernachlässigt werden kann. Knudsen[2]) hat auf Grund von Messungen des Wärmeleitvermögens von Gasen bei niedrigen Drucken gezeigt, daß die Anzahl der Moleküle eines Gases, die an einer glatten Fläche reflektiert werden (d. h. die kein thermisches Gleichgewicht mit der Fläche erreichen), beim Wasserstoff volle 70 v. H. beträgt, bei Gasen mit höherem Molekulargewicht aber sehr viel geringer ist. Knudsen gibt der Größe $(1-r)$ den Namen „Akkommodationskoeffizient". Er findet beispielsweise:

Gas	Begrenzungsfläche	Akkommodationskoeffizient
H_2	Platin, poliert	0,36
CO_2	„ „	0,87
H_2	„ platiniert	0,71
CO_2	„ „	0,98

Timiriazeff[3]) findet, daß der Akkommodationskoeffizient eine Bedeutung bei der Bestimmung des „Gleitens" von Gasen bei Messungen der inneren Reibung von Gasen bei niedrigen Drucken hat.

Der Akkommodationskoeffizient für einen Dampf mit so hohem Molekulargewicht, wie es Wolfram hat, wird für eine beliebige Berührungsfläche nahezu Eins sein. Wir haben überdies allen Grund, anzunehmen, daß der Akkommodationskoeffizient bei einem mit seinem eigenen gesättigten Dampf in Berührung befindlichen Metall besonders hoch sein wird. Es ist daher überaus wahrscheinlich, daß die Gleichung (5)

1) Diese Gleichung habe ich früher bei der Berechnung der Reaktionsgeschwindigkeit zwischen Sauerstoff und Wolfram benutzt (Journ. Am. Chem. Soc. **35**, 106, 1912).
2) Ann. d. Phys. (4) **34**, 593, 1911.
3) Ann. d. Phys. (4) **40**, 971, 1913.

mit sehr enger Annäherung den wahren Dampfdruck ergibt.

Knudsen[1]) hat den Dampfdruck des Quecksilbers bei Temperaturen von 0° bis 50° nach einem Verfahren bestimmt, bei welchem die Anwendung einer ähnlichen Gleichung wie (5) mitspielt. Er verwandte indessen eine verhältnismäßig große Quecksilberfläche und ließ den so erhaltenen Quecksilberdampf durch eine kleine Öffnung in einen Raum entweichen, der praktisch frei von Quecksilberdampf war. Aus der Geschwindigkeit, mit welcher der Quecksilberdampf entwich, berechnete er den Druck des Dampfes nach einer Gleichung, die der Gleichung (5) äquivalent ist. Dieses Verfahren unterscheidet sich im Prinzip von dem, das ich bei der vorliegenden Bestimmung des Dampfdrucks des Wolframs benutzt habe, nur dadurch, daß bei jenem eine Öffnung vorhanden ist, durch die der Dampf diffundiert, während ich den Dampf einfach durch die Oberfläche des Metalles selbst nach außen diffundieren lasse. Das Verfahren von Knudsen hat den Vorteil, daß seine Ergebnisse durch eine etwa mögliche Reflexion der Dampfmoleküle an der Fläche praktisch nicht beeinflußt werden; es hat aber den Nachteil, daß es nicht unmittelbar auf die Bestimmung des Dampfdrucks so schwer flüchtiger Stoffe wie Wolfram angewandt werden kann.

Änderung der Verdampfungsgeschwindigkeit mit der Temperatur.

Die Beziehung zwischen dem Dampfdruck irgendeiner Substanz und der Temperatur wird durch die Formel von Clausius-Clapeyron:

$$\lambda = T\frac{dp}{dT}(V - V_0) \qquad (6)$$

gegeben.

Beim Wolfram können wir das Volumen des Metalls gegenüber dem Volumen des Dampfes vollständig vernachlässigen. Wir können also $V_0 = 0$ setzen. Wenn wir annehmen, daß λ die latente Verdampfungswärme per Mol Wolfram (184 Gramm) ist, so erhalten wir, da $pV = RT$ ist,

$$\frac{d\log \mathrm{nat}\, p}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2}. \qquad (7)$$

Dieses Ergebnis hätten wir unmittelbar aus der Gleichung von van't Hoff erhalten können.

Im allgemeinen ist λ eine Funktion der Temperatur von der Art, daß

$$\frac{d\lambda}{dT} = C_d - C_f \qquad (8)$$

ist; hier ist C_d die spezifische Wärme (per Mol) des Dampfes (bei konstantem Druck) und C_f die spezifische Wärme (per Mol) des festen Metalls.

Wir können mit Sicherheit Wolframdampf als einatomig ansehen[1]). Folglich ist seine spezifische Wärme:

$$C_d = 2{,}98/R = 4{,}96 \text{ Kalorien per Mol.} \qquad (9)$$

Die spezifische Wärme des festen Wolframs wird von Gin (1908) zu 6,3 und von Corbino[2]) zu 7,8 angegeben. Der höhere Wert ist ziemlich unwahrscheinlich; demnach würde der beste Wert anscheinend ungefähr

$$C_f = 6{,}8 \qquad (10)$$

sein.

Wenn wir (9) und (10) in (8) einsetzen und integrieren, erhalten wir:

$$\lambda = \lambda_0 - 1{,}8\,T. \qquad (11)$$

Setzen wir dieses Ergebnis in (7) ein und integrieren dann, so ergibt sich, wenn wir von den natürlichen Logarithmen zu den gewöhnlichen übergehen,

$$\log p = A - \frac{0{,}218\,\lambda_0}{T} - 0{,}9\log T, \qquad (12)$$

wo A eine Integrationskonstante ist.

Logarithmieren wir die Gleichung (5), so erhalten wir:

$$\log m = \log p + \frac{1}{2}\log\frac{M}{2\pi R} - \frac{1}{2}\log T. \qquad (13)$$

Diese Gleichung ergibt zusammen mit Gleichung (12):

$$\log m = A' - \frac{0{,}218\,\lambda_0}{T} - 1{,}4\log T, \qquad (14)$$

wo

$$A' = A + \frac{1}{2}\log\frac{M}{2\pi R} \qquad (15)$$

ist.

Die Gleichung (14) liefert uns die Verdampfungsgeschwindigkeit als Funktion der Temperatur. Es sind zwei empirische Konstanten experimentell zu bestimmen, nämlich A' und λ_0.

Versuche über die Verdampfungsgeschwindigkeit von Wolfram im Vakuum.

Zur Bestimmung der Verdampfungsgeschwindigkeit wurden mehrere Versuchsreihen ausgeführt. In jedem Einzelfalle wurden Lampen mit Wolframfäden hergestellt und die Fäden mehrmals auf verschiedene Temperaturen erhitzt.

1) Ann. d. Phys. (4) **29**, 179, 1909.

1) Langmuir, Journ. Am. Chem. Soc. **35**, 944, 1913.
2) Diese Zeitschr. **13**, 375, 1912.

Die Verdampfungsgeschwindigkeit wurde für gewöhnlich nach jedem der beiden Verfahren bestimmt, nämlich aus der Widerstandszunahme und aus der Gewichtsabnahme.

Erste Messungsreihe.

Es wurden fünf Wolframlampen mit einer Fadenschleife ohne Halter hergestellt. Die Länge des benutzten Drahtes bewegte sich von 10,6 cm bis 11,2 cm, und der Durchmesser betrug 0,0162 cm. Diese Lampen wurden auf ihre Lebensdauer hin untersucht, und zwar bei einer Ausbeute von 1 Watt pro maximale horizontale Kerzenstärke; dabei wurden sie auf konstanter Spannung erhalten. Die anfängliche Kerzenstärke schwankte bei den verschiedenen Lampen zwischen 40 und 41. Die Prüfung dieser Lampen wurde nach 500 bis 1000 Stunden unterbrochen; dann wurden die Lampen geöffnet und die Fäden gewogen.

Zweite Messungsreihe.

Fünf den vorgenannten ähnliche Lampen mit Fadenlängen von 10,6 bis 11,2 cm und demselben Fadendurchmesser wie zuvor wurden bei 0,8 Watt pro maximale horizontale Kerzenstärke zur Untersuchung gebracht und auf konstanter Spannung gehalten. Die anfängliche Kerzenstärke bewegte sich zwischen 58,5 und 60,5. Diese Lampen wurden nach 200 bis 300 Stunden aus der Prüfschaltung herausgenommen und dann die Fäden gewogen.

Dritte Messungsreihe.

Zwei Lampen mit je einer einzigen Schleife aus 0,0122 cm starkem Draht wurden eingeschaltet. Der Faden der ersten war 11,1 cm lang. Diese Lampe wurde unter konstante Spannung gesetzt bei einer (auf Grund der Farbe bestimmten) ursprünglichen Temperatur von 2800° K. Die in kurzen Abständen vorgenommenen Ablesungen ergaben:

Tabelle I.

Zeit in Minuten	Spannung in Volt	Stromstärke in Amp.	Kerzenstärke
0	23,6	2,94	164
14	23,6	2,93	164
21	23,6	2,93	153
56	23,6	2,89	124
72	23,6	2,88	112

Die zweite Lampe hatte einen Faden von 14,3 cm Länge. Diese Lampe wurde, nach der Farbe zu urteilen, bei 3136° K. eingesetzt und auf konstanter Spannung erhalten. Ihre charakteristischen Werte waren:

Tabelle II.

Zeit in Minuten	Spannung in Volt	Stromstärke in Amp.	Kerzenstärke
0	35,5	3,55	504
1	35,5	3,55	311
2	35,5	3,38	238
3	35,5	3,30	199

Vierte Messungsreihe.

Diese Versuchsreihe wurde zu späterer Zeit vorgenommen als die vorgenannten, und die Messungen wurden mit weit größerer Sorgfalt ausgeführt. Es wurden fünf Lampen aus 0,00709 cm starkem Draht angefertigt, deren jede eine Fadenlänge von ungefähr 77 cm, in sechs Schleifen angeordnet, enthielt. Diese Lampen wurden photometriert und so eingestellt, daß die Fadentemperaturen sich zwischen 2738° K. und 2925° K. bewegten.

Die Spannung wurde häufig reguliert, so daß das Produkt $V\sqrt[3]{A}$ konstant blieb. (Hier bedeutet V die Voltzahl, A die Amperezahl.) Auf diese Weise wird trotz einer beträchtlichen Änderung im Durchmesser des Fadens die Temperatur konstant erhalten. Dies wird aus folgender Überlegung leicht ersichtlich. Die ausgestrahlte Energie ist dem Durchmesser proportional; mithin ist die Funktion $\frac{VA}{d}$ (Wattzahl dividiert durch den Durchmesser) eine Funktion der Temperatur, aber nicht des Durchmessers. In ähnlicher Weise ist, wenn das Material des Fadens ungeändert bleibt, der Widerstand umgekehrt proportional dem Quadrat des Durchmessers; mithin ist $\frac{Vd^2}{A}$ eine Funktion der Temperatur, aber nicht des Durchmessers.

Es ist daher

$$\frac{V^2A^2}{d^2} \propto \frac{Vd^2}{A} = V^3A$$

eine Funktion der Temperatur, aber nicht des Durchmessers. Wenn daher $V\sqrt[3]{A}$ konstant gehalten wird, muß die Temperatur konstant bleiben.

Das Gewicht des Drahtes vor dem Einschmelzen in die Lampe ergab sich zu 0,764 mg per Zentimeter Länge.

Die Lampen wurden betrieben, wie aus nachstehender Tabelle III ersichtlich wird.

Die Temperaturen wurden in der Weise bestimmt, daß die Farbe des von dem Faden ausgesandten Lichtes mit jener einer durch ein besonderes Blauglas betrachteten Normallampe verglichen wurde. Die Einzelheiten über dieses

Tabelle III.

Nummer der Lampe	Temperatur in ° K.	Anfangsspannung in Volt	Anfangsstromstärke in Amp.	Zeit in Minuten	Endspannung in Volt	Endstromstärke in Amp.	Endgewicht in Milligramm per Zentimeter Länge
1	2738	195	1,182	233	198	1,129	
2	2825	208	1,240	111	213	1,157	0,676
3	2875	216	1,260	65	222	1,159	0,671
4	2925	230	1,310	40	238	1,184	0,656
5	2930	235	1,318	14,5	237	1,269	0,722

Verfahren zur Schätzung von Temperaturen werde ich in einer späteren Veröffentlichung angeben. Für jetzt wird die Mitteilung genügen, daß die Temperaturskala in erster Linie auf der nachstehenden Formel beruht:

$$T = \frac{11\,230}{7{,}029 - \log H}. \qquad (16)$$

Hier ist H der „Glanz" des Fadens in internationalen Kerzen per Quadratzentimeter (projizierter Fläche). Nach dieser Skala ist der Schmelzpunkt des Wolframs 3540° K.

Die Anfangsspannung und die Anfangsstromstärke ergeben die Eigenschaften der Lampe beim ersten Einschalten (nach zweistündigem Altern des Fadens bei 2400° K.).

Die Endspannung und die Endstromstärke ergeben die Eigenschaften, nachdem die Lampe bei der angegebenen Temperatur während der in der fünften Spalte verzeichneten Zeitdauer eingeschaltet gewesen ist.

Das Endgewicht ist das Durchschnittsgewicht der Längeneinheit, wie es durch Wägung mehrerer Stücke des Fadens auf einer empfindlichen Mikrowage nach dem Öffnen der Birnen gefunden worden ist.

Berechnung der Verdampfungsgeschwindigkeit.

Es sei:

w_0 das Anfangsgewicht des Drahtes per Längeneinheit,

w das Gewicht der Längeneinheit nach der Zeit t,

ϱ die Dichte des Drahtes,

r der Halbmesser des Drahtes,

R_0 der Anfangswiderstand des Drahtes per Längeneinheit,

R der Endwiderstand des Drahtes per Längeneinheit.

Dann ist, wie leicht ersichtlich,

$$w = \pi r^2 \varrho$$

oder

$$r = \sqrt{\frac{w}{\pi \varrho}}. \qquad (17)$$

Die Wirkung der Verdampfung besteht nun darin, daß Wolfram von der Oberfläche mit einer Geschwindigkeit entfernt wird, die der Ausdehnung der Oberfläche proportional ist. Das heißt, die Dicke der in der Zeiteinheit entfernten Schicht ist konstant und gleich $\frac{m}{\varrho}$. Mithin ist

$$\frac{m}{\varrho} = \frac{r_0 - r}{t} = \frac{\sqrt{w_0} - \sqrt{w}}{t} \frac{1}{\sqrt{\pi \varrho}}, \qquad (18)$$

also

$$m = \sqrt{\frac{\varrho}{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{w_0} - \sqrt{w}}{t}. \qquad (19)$$

Diese Gleichung gibt die Verdampfungsgeschwindigkeit m als Funktion der Dichte des Drahtes und seines Gewichtes per Längeneinheit.

Da der Widerstand dem Querschnitt umgekehrt proportional ist, erhalten wir:

$$\frac{R_0}{R} = \frac{w}{w_0}. \qquad (20)$$

Setzen wir dies in Gleichung (19) ein, so ergibt sich:

$$m = \sqrt{\frac{\varrho}{\pi}} \sqrt{w_0} \frac{1 - \sqrt{\frac{R}{R_0}}}{t}, \qquad (21)$$

und nach dieser Gleichung können wir m aus den Widerstandsänderungen berechnen.

Es muß indessen bemerkt werden, daß in Gleichung (20) die Annahme gemacht ist, daß der spezifische Widerstand ungeändert bleibt; daher gilt die Gleichung (21) nur dann, wenn der Draht auf konstanter Temperatur gehalten wird, wie es beispielsweise bei der vierten Versuchsreihe geschehen ist. Bei den ersten drei Versuchsreihen wurden dagegen die Lampen bei konstanter Spannung betrieben. Die Temperatur nimmt infolgedessen allmählich ab, und aus diesem Grunde nimmt der Widerstand nicht so schnell zu, als wenn der Faden auf konstanter Temperatur erhalten würde. Aus Angaben über die charakteristischen Eigenschaften von Wolframfäden, die im hiesigen Laboratorium zu erhalten waren, wurde berechnet, daß bei konstanter Spannung eine Abnahme der Stromstärke um 1 v. H. einer Abnahme des Querschnitts um

Tabelle IV.

I	II	III	IV	V	VI	VII
Nummer der Versuchsreihe	Nummer der Lampe	Temperatur des Fadens in ° K.	$m \times 10^6$	$\frac{1}{T} \times 10^6$	$\log m + 1{,}4 \log T$	Methode
I	—	2440	0,0020	409,8	6,05 — 10	Wägung
II	—	2522	0,0059	396,5	6,53 — 10	„
III	1	2800	0,39	357,1	8,42 — 10	Widerstandsmessung
III	2	3136	30	318,9	0.38	„
IV	1	2738	0,151	365,2	7,99 — 10	„
IV	2	2825	0,52	364,0	8,54 — 10	„
IV	2	2825	0,59	354,0	8,59 — 10	Wägung
IV	3	2875	1,01	347,8	8,84 — 10	Widerstandsmessung
IV	3	2875	1,14	347,8	8,90 — 10	Wägung
IV	4	2925	1,73	341,9	9,10 — 10	Widerstandsmessung
IV	4	2925	2,33	341,9	9,23 — 10	Wägung
IV	5	2930	1,84	341,3	9,13 — 10	Widerstandsmessung
IV	5	2930	2,45	341,3	9,25 — 10	Wägung

1,11 v. H. oder einer Zunahme des Widerstandes um 1,11 v. H. bei konstanter Temperatur entspricht. Ehe wir daher die Gleichung (21) auf die aus den drei ersten Versuchsreihen gewonnenen Daten anwenden, müssen wir an den durch die Verdampfung hervorgerufenen Widerstandsänderungen eine Korrektion von 11 v. H. anbringen.

Bei der Berechnung von m aus den Gleichungen (19) oder (21) wurde der Wert von ϱ zu 19,4 angenommen. Das ergibt für $\sqrt{\frac{\varrho}{\pi}}$ den Wert 2,486 in C.G.S.-Einheiten.

Bei der Berechnung der Werte von m aus den Daten der vierten Versuchsreihe wurden die Werte von $\sqrt{\frac{R_0}{R}}$ als Funktion von t aufgezeichnet und durch sie die gerade Linie gelegt, welche die Funktion am besten darstellte. Die Neigung dieser Linie wurde zur Berechnung von m nach Gleichung (21) benutzt.

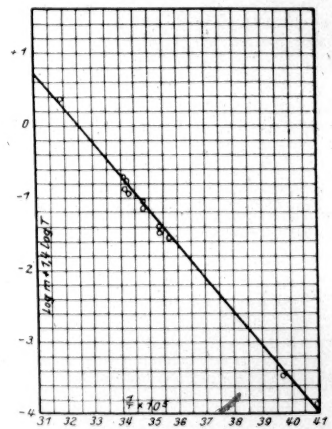


Fig. 1.

Versuchsergebnisse.

Die Werte von m, der Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs in Grammen per Quadratzentimeter per Sekunde, wurden in der vorstehend beschriebenen Weise aus den Gleichungen (19) und (21) berechnet und sind in der vorstehenden Tabelle IV zusammengestellt.

Um festzustellen, ob die Verdampfungsgeschwindigkeit m sich mit der Temperatur entsprechend der theoretischen Gleichung (14) ändert, zeichnete ich die Größe $(\log m + 1{,}4 \log T)$ (Spalte VI) als Funktion von $\frac{1}{T}$ (Spalte V) auf (siehe Fig. 1).

Nach Gleichung (14) sollen die Punkte auf einer Geraden liegen. Die Betrachtung der Fig. 1 zeigt, daß die Übereinstimmung ausgezeichnet ist, obgleich die Werte von m im Verhältnis von 1 : 15000 verschieden sind.

Die aus der Widerstandsänderung bestimmten Werte von m sind in jedem Falle niedriger als die aus der Gewichtsänderung ermittelten. Das rührt daher, daß die Entfernung von Spuren von Verunreinigungen aus dem Wolfram durch Verdampfung und ein langsam verlaufender Sinterungsvorgang den spezifischen Widerstand des Wolframs herabzusetzen streben und somit der von der Verdampfung herrührenden Widerstandserhöhung entgegenwirken. Tatsächlich nahm bei der ersten und zweiten Versuchsreihe bei 2440 bzw. 2526° der Widerstand während des ersten Teils der Lebensdauer wirklich ab, so daß die Widerstandsmessungen als Quelle für Aufschlüsse über die Verdampfungs-

geschwindigkeit gänzlich unzuverlässig sind. Bei höheren Temperaturen treten indessen diese Änderungen des spezifischen Widerstands viel rascher ein als bei tieferen Temperaturen, und die Widerstandsmessungen gewinnen dann eine größere Bedeutung.

Die aus den Widerstandsänderungen ermittelten Werte von m sind daher wahrscheinlich nicht so genau wie die aus dem Gewichtsverlust ermittelten, aber sie dienen nichtsdestoweniger als sehr wertvolle Kontrolle für die letzteren.

Aus der Neigung der Geraden in Fig. 1 erhalten wir:

$$0{,}218\ \lambda_0 = 47\,440,$$

und hieraus folgt:

$$\lambda = 217\,800 \text{ Grammkalorien per Mol.}$$

Mithin ist nach Gleichung (11) die Verdampfungswärme des Wolframs bei irgendeiner Temperatur:

$$\lambda = 217\,800 - 1{,}8\ T.$$

Wir können auch den Wert von A' (in Gleichung (14)) aus Fig. 1 berechnen. Wir erhalten:

$$A' = 15{,}402.$$

Gleichung (14) wird somit:

$$\log m = 15{,}402 - \frac{47\,440}{T} - 1{,}4 \log T. \quad (22)$$

Wir können nunmehr aus Gleichung (15) A berechnen; mithin wird Gleichung (12):

$$\log p = 15{,}502 - \frac{47\,440}{T} - 0{,}9 \log T. \quad (23)$$

Da Gleichung (22) die Gerade der Fig. 1 darstellt, wird leicht ersichtlich, daß diese Gleichung ein sehr befriedigendes Verfahren zur Berechnung der Verdampfungsgeschwindigkeit bei beliebiger Temperatur liefert.

In ähnlicher Weise muß unter der Annahme, daß die Reflexion von Wolframatomen an festem Wolfram gering ist, die Gleichung (23) den Dampfdruck mit ziemlicher Genauigkeit ergeben.

In der Tabelle V sind die Verdampfungsgeschwindigkeit und der Dampfdruck des Wolframs bei verschiedenen Temperaturen so angegeben, wie sie sich aus den Gleichungen (22) und (23) berechnen. Oberhalb des Schmelzpunktes des Wolframs würde der Dampfdruck einer anderen Kurve folgen. Der aus Gleichung (23) berechnete Siedepunkt 5110° muß daher als ein unterer Grenzwert angesehen werden. Da indessen die Schmelzwärme von Metallen im Vergleich zu ihrer Verdampfungswärme sehr klein ist, so ist der Fehler sicherlich nicht groß, und wir können daher mit Sicherheit den Schluß ziehen, daß der Siedepunkt des Wolframs in der Nähe von 5100° K. liegen muß.

Tabelle V.

Verdampfungsgeschwindigkeit und Dampfdruck des Wolframs.

Absolute Temperatur	Verdampfungsgeschwindigkeit in g (cm² · sec)	Dampfdruck in mm
2000° K.	114×10^{-15}	$6{,}45 \times 10^{-12}$
2100	$1{,}44 \times 10^{-12}$	$83{,}2 \times 10^{-12}$
2200	$14{,}4 \times 10^{-12}$	849×10^{-12}
2300	$116{,}7 \times 10^{-12}$	$7{,}05 \times 10^{-9}$
2400	798×10^{-12}	$49{,}2 \times 10^{-9}$
2500	$4{,}67 \times 10^{-9}$	294×10^{-9}
2600	$23{,}6 \times 10^{-9}$	$1{,}51 \times 10^{-6}$
2700	106×10^{-9}	$6{,}95 \times 10^{-6}$
2800	429×10^{-9}	$28{,}6 \times 10^{-6}$
2900	$1{,}57 \times 10^{-6}$	106×10^{-6}
3000	$5{,}23 \times 10^{-6}$	0,000362
3100	$16{,}3 \times 10^{-6}$	0,00114
3200	$46{,}7 \times 10^{-6}$	0,00333
3300	126×10^{-6}	0,00910
3400	320×10^{-6}	0,0234
3500	769×10^{-6}	0,0572
(3540)	0,00107	0,080
(5110)	—	760

Die Daten der Tabelle V sind in den Fig. 2 und 3 graphisch dargestellt. In Fig. 2 sind die Verdampfungsgeschwindigkeiten nach den experimentellen Bestimmungen (siehe Tabelle IV) wiedergegeben. Wie man sieht, paßt sich die Gleichung (22) den Beobachtungen gut an.

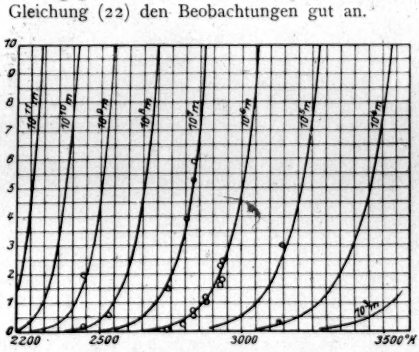


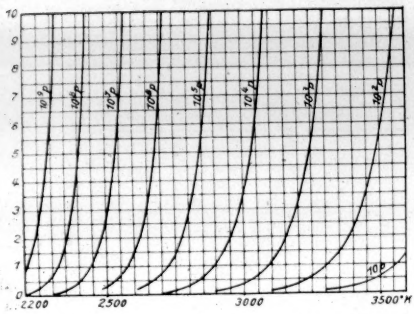
Fig. 2.

Zusammenfassung.

1. Es wird gezeigt, daß der Dampfdruck p einer Substanz mit ihrer Verdampfungsgeschwindigkeit m im Vakuum durch die Gleichung

$$m = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \cdot p$$

zusammenhängt, wo M das Molekulargewicht



Dampfdruck des Wolframs in mm Quecksilber.

Fig. 3.

des Dampfes ist. Bei der Ableitung der Gleichungen ist die Annahme gemacht, daß sämtliche auf die Oberfläche des Metalls auftreffenden Moleküle kondensiert (und nicht reflektiert) werden. Irgendwelche andere Annahmen, mit Ausnahme solcher, die eine reichliche experimentelle Bestätigung erfahren haben, brauchen nicht gemacht zu werden.

2. Es wurden Versuche zur Bestimmung der Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs im Vakuum bei Temperaturen angestellt, die sich von 2440° K. bis aufwärts zu 3136° K. bewegten. Innerhalb dieses Temperaturbereiches von 700° nahm die Verdampfungsgeschwindigkeit im Verhältnis 1 : 15000 zu.

3. Aus diesen Daten wurde der Dampfdruck berechnet, und es ergab sich, daß er ausgezeichnet mit den thermodynamischen Beziehungen stimmte, wie z. B. mit der Formel von Clausius und Clapeyron. Es ergibt sich hiernach, daß die Verdampfungswärme festen Wolframs (für 184 Gramm)

$$\lambda = (21780 - 1{,}8\,T) \text{ Kalorien}$$

ist; dieser Wert ist größer als die bei irgendeiner bekannten chemischen Reaktion entwickelte Wärme.

4. Die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs bei irgendeiner Temperatur in einem vollkommenen Vakuum wird ganz genau durch die Gleichung

$$\log_{10} m = 15{,}402 - \frac{47440}{T} - 1{,}4 \log_{10} T$$

gegeben, wo m die Verdampfungsgeschwindigkeit in Grammen per Quadratzentimeter und Sekunde ist.

5. Der Dampfdruck des Wolframs in Millimetern Quecksilber bei der absoluten Temperatur T wird durch die Gleichung

$$\log_{10} p = 15{,}502 - \frac{47440}{T} - 0{,}9 \log_{10} T$$

gegeben.

6. Der Dampfdruck des Wolframs bei 2400° K., der Temperatur des Fadens in einer mit 1 Watt per Kerze brennenden Lampe, beträgt ungefähr 50×10^{-9} mm. Beim Schmelzpunkt des Wolframs, 3540° K., beträgt der Dampfdruck 0,080 mm. Der Siedepunkt des Wolframs bei Atmosphärendruck liegt wahrscheinlich sehr nahe bei 5100° K. Der Dampfdruck bei anderen Temperaturen ist in Tabelle V angegeben.

7. Die Verdampfungsgeschwindigkeit und der Dampfdruck des Wolframs sind in Tabelle V angegeben. Kurven mit denselben Daten sind in den Fig. 2 und 3 wiedergegeben.

In weiteren Mitteilungen beabsichtige ich, Angaben über die Verdampfungsgeschwindigkeit und den Dampfdruck von Platin, Kohle, Molybdän, Tantal, Osmium und einiger gewöhnlicherer Metalle, wie Kupfer, Silber, Nickel und Eisen zu veröffentlichen.

Versuchslaboratorium der General Electric Co., Schenectady, N. Y.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 29. Oktober 1913.)

Über die Zerfallskonstante von Aktinium X.

Von Herbert N. Mc Coy und Edwin D. Leman.

Bei der Bearbeitung eines Problems, bei welchem wir eine möglichst genaue Kenntnis der Periode des Aktinium X benötigten, erhielten wir bei Benutzung des von Th. Godlewski[1]) gefundenen Wertes von 10,2 Tagen so abweichende Resultate, daß wir zu dem Verdacht gelangten, daß die Halbwertszeit des AcX erheblich größer sei.

Kolowrat[2]) gibt in seinen jährlichen Tafeln der radioaktiven Konstanten einen Wert von 10—11 Tagen für die Periode des AcX.

Gerade als die hier erwähnten Versuche, welche zu einem Wert von 11,35 Tagen für den Halbwert führten, beendigt waren, erschien eine Abhandlung von Hahn und Rothenbach[3]) mit dem Resultat von $11{,}6 \pm 0{,}1$ Tagen für diese Konstante. Ihre Untersuchungen unterschieden sich von unseren in der Methode der Abscheidung und Reinigung von AcX und

1) Phil. Mag. **10**, 35, 1905.
2) Le Radium, Jan. 1913.
3) Diese Zeitschr. **14**, 409, 1913.

darin, daß sie die β-Strahlen zur Messung verwendeten, während wir die α-Strahlen benutzten.

Um eine möglichst genaue Bestimmung der Halbwertszeit machen zu können, mußte zuerst ein Mittel gefunden werden, um AcX frei von Aktinium, Radioaktinium und allen anderen radioaktiven Substanzen mit Ausnahme seiner eigenen Folgeprodukte Aktiniumemanation, AcA, AcB, AcC und AcD darzustellen.

Wir haben gefunden, daß die Trennung des AcX vom Aktinium mittels Ammoniak weit weniger vollständig ist, wie die des ThX vom Thorium.

Anderseits kann Radioaktinium vom Aktinium vollständig getrennt werden durch Beifügung einer sehr geringen Menge von Thorium und darauffolgende Ausfällung des letzteren durch Wasserstoffsuperoxyd.

Man kann daher nach einigen Tagen das AcX, welches in dem das Thorium stets begleitenden Radioaktinium nachgewachsen ist, vollständig frei von Aktinium und Radioaktinium bekommen, wenn man neuerlich mit Wasserstoffsuperoxyd fällt; AcX verbleibt dann im Filtrat.

Das in der vorliegenden Untersuchung verwendete Aktinium enthielt (wie sich bei einer Bestimmung nach der Emanationsmethode zeigte) nur ganz geringfügige Spuren von Radium.

Die Abwesenheit von Mesothorium 1 und dessen Zerfallsprodukten wurde festgestellt durch Beobachtung der Abfallsgeschwindigkeit des aktiven Niederschlags, der an einer negativ geladenen Platte bei 24stündiger Exposition in der Nähe einer großen Menge Aktinium sich angesammelt hatte. Es ergab sich, daß der Zerfall des Niederschlags praktisch bis zum Werte Null nach einem Exponentialgesetz mit der Halbwertszeit des Aktinium B — nämlich 36,2 min — vor sich ging.

Die Einzelheiten der Arbeit sind die folgenden: 40 mg des ursprünglichen Aktiniums wurden in 2 ccm konzentrierter Salzsäure gelöst, die Lösung darauf verdünnt und nahezu neutralisiert mit Ammoniak; 10 Tropfen einer zweiprozentigen Thoriumnitratlösung wurden hinzugefügt, dann noch 5 ccm Wasserstoffsuperoxyd beigegeben und die Lösung auf 60° erwärmt. Der Thoriumniederschlag wurde gründlich gewaschen und in sehr wenig verdünnter Salzsäure, die einige Milligramm Kaliumjodid enthielt, gelöst. Diese Lösung wurde nahezu neutralisiert mit Ammoniak und neuerlich mit Wasserstoffsuperoxyd gefällt. Im ganzen wurde dieser Prozeß fünfmal wiederholt. Die letzte Fällung, welche unserer Überzeugung nach sicherlich absolut frei von Aktinium war, wurde in Säure gelöst und 11 Tage stehen gelassen. Ein Fünftel der Lösung wurde sodann entfernt, wiederum nahezu neutralisiert mit Ammoniak und mit Wasserstoffsuperoxyd erwärmt zur Fällung des Thoriums. Das Filtrat enthielt das AcX vielleicht mit Spuren von Radioaktinium. Um die vollständige Entfernung des letzteren zu sichern, wurde die Lösung noch dreimal hintereinander mit drei Tropfen zweiprozentiger Thoriumlösung und Wasserstoffsuperoxyd behandelt.

Zu dem Endfiltrat, welches weder eine Spur von Aktinium noch von Radioaktinium enthielt, wurde 1 ccm einer $\frac{1}{100}$-normalen Baryumchloridlösung zugesetzt und hierauf ein geringer Überschuß von Schwefelsäure.

Nach 15 Minuten wurde das gefällte Baryumsulfat, welches nur ca. 1 mg ausmachte und praktisch das ganze AcX enthielt, mittels einer Zentrifuge abgetrennt, mit Wasser und dann mit Alkohol gewaschen. Ein Teil wurde dann auf einer Messingplatte zu einem dünnen Film ausgebreitet, wobei die Menge des aktiven Materials so bemessen wurde, daß der Film seiner Aktivität nach etwa 60—70 cm² einer dicken Uraniumoxydschicht gleichkam.

Eine zweite Portion des AcX wurde separat in einer im wesentlichen gleichen Weise hergestellt und zu einem zweiten Film ausgebreitet. Die beiden Films wurden zwei Tage stehen gelassen, bevor die in der folgenden Tabelle angegebenen Abfallsmessungen begonnen wurden. Die Messungen wurden in der üblichen Weise ausgeführt, mit allen Vorsichtsmaßregeln, um möglichste Genauigkeit zu sichern[1]).

Eine kleine Korrektur war noch anzubringen wegen der Gegenwart einer äußerst geringen Beimengung von ThX bei dem AcX-Präparate. Doch betrug die Aktivität dieser ThX-Beimengung zur Zeit Null, nur etwa 0,3 Proz. der Gesamtaktivität. In der Tabelle sind bereits die korrigierten Aktivitätswerte angegeben.

Zerfallsgeschwindigkeit des Aktinium X.

Zeit in Tagen	Aktivität	Zerfallskonstante	Zeit in Tagen	Aktivität	Zerfallskonstante
0,00	1,000	—	0,00	1,000	—
3,06	0,830	0,0610	3,71	0,798	0,0609
5,04	0,736	0,0610	4,71	0,751	0,0609
6,77	0,659	0,0616	6,72	0,664	0,0610
9,83	0,546	0,0616	8,84	0,581	0,0614
11,99	0,480	0,0613	9,72	0,551	0,0613
12,72	0,458	0,0614	12,81	0,457	0,0611
15,92	0,380	0,0610	17,00	0,357	0,0607
19,08	0,318	0,0608			
		Mittelwert 0,0612			Mittelwert 0,0610

Der Mittelwert der Zerfallskonstante

1) Mc Coy und Viol, Phil. Mag. **25**, 333, 1913.

ist daher 0,0611 Tage^{-1}; daraus folgt, daß die Periode des AcX 11,35 Tage beträgt.

Es ist nicht leicht zu entscheiden, ob dieser Wert zuverlässiger ist, als der von Hahn und Rothenbach[1]) gefundene mit 11,6 Tagen. Jedenfalls kann die wahre Periode des AcX nicht weit vom Werte 11,4 Tage abweichen; der Godlewskische Wert 10,2 Tage scheint nicht so zuverlässig.

1) loc. cit.

Kent Chemical Laboratory, Universität Chicago.

(Übersetzt von V. F. Hess, Wien.)

(Eingegangen 25. Oktober 1913.)

Hauptspannungstrajektorien bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte.

Von Siegmund Fuchs.

In der Abhandlung „Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte“[1]) versuchte Hertz ein anschauliches Bild von der Verteilung der Spannungen bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte zu geben; da er aber die von ihm gefundenen Formeln[2]) zu verwickelt betrachtete, als daß es möglich wäre, ein solches ohne weiteres aus denselben abzulesen, entschloß er sich zu einer angenäherten Vorstellung der Spannungstrajektorien. Im Jahre 1904 hat aber Professor Huber auf Grund der Hertzschen Lösung die Spannungskomponenten für den Fall zweier Kugeln in elementaren Funktionen ausgerechnet[3]); es schien daher nahe, die angenäherte Spannungsverteilung von Hertz zu kontrollieren, um so mehr, als dieselbe unter anderen von Love[4]) und Auerbach[5]) ohne weiteres angenommen wurde.

Wir denken uns im folgenden zwei elastische isotrope Körper gegeneinander gedrückt, wobei die sich berührenden Oberflächen vollkommen glatt, also nur Normaldrücke in der Berührungsoberfläche vorhanden sein sollen. Wir denken uns ferner die beiden Oberflächen in mathematische Berührung gebracht und zwar derart, daß die gemeinsame Normale in die Richtung des auszuübenden Druckes fällt. Im Berührungspunkte richten wir dann ein rechtwinklig-geradliniges Koordinatensystem ein, wobei die z-Achse und die xy-Ebene mit der gemeinsamen Normalen bzw. Tangentialebene zusammenfällt. Nehmen wir zunächst in jedem der beiden Körper ein besonderes, mit ihm im Unendlichen starr verbundenes, rechtwinklig-geradliniges Koordinatensystem an, und zwar derart, daß während der ursprünglichen mathematischen Berührung die drei bereits erwähnten Systeme zusammenfallen. Die Verschiebung der beiden Körper gegeneinander während eines ausgeübten Druckes hat selbstverständlich auch eine gegenseitige Verschiebung der mit ihnen starr verbundenen Koordinatensysteme zur Folge, und zwar ist ihre Größe gleich der Annäherung der von der Druckstelle unendlich entfernten Teile beider Körper. Die xy-Ebene in jedem der mit den Körpern verbundenen Systeme ist also im Endlichen der Oberfläche des betreffenden Körpers unendlich nahe und kann daher als in der Oberfläche liegend angesehen werden, wobei die z-Achse in der Richtung der Normalen bleibt.

Außerhalb der Druckfläche ist offenbar der Spannungszustand symmetrisch rings um die z-Achse verteilt; es genügt deshalb, um den Spannungszustand vollständig zu beschreiben, wenn wir die Spannungskomponenten in einer beliebigen, durch die z-Achse gehenden Schnittfläche anzugeben vermögen. Wählen wir z. B. eine von den Koordinatenebenen, und zwar die yz-Ebene, dann gelten für den Fall der Berührung zweier Kugeln folgende von Hertz-Huber stammende Formeln:

$$\sigma_x = p'\left\{\frac{1-2\mu}{3}\frac{a^2}{y^2}\left[1-\left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3\right]+\right.$$
$$+\frac{z}{\sqrt{u}}\left[2\mu+\frac{(1+\mu)u}{a^2+u}-\right.$$
$$\left.\left.-(1+\mu)\frac{\sqrt{u}}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{u}}\right]\right\}, \qquad (I)$$

$$\sigma_y = -p'\left\{\frac{1-2\mu}{3}\frac{a^2}{y^2}\left[1-\left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3\right]+\right.$$
$$+\left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3\frac{a^2u}{u^2+a^2z^2}+$$
$$+\frac{z}{\sqrt{u}}\left[\frac{(1-\mu)u}{a^2+u}+\right.$$
$$\left.\left.+(1+\mu)\frac{\sqrt{u}}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{u}}-2\right]\right\}, \qquad (II)$$

$$\sigma_z = p'\left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3\frac{a^2u}{u^2+a^2z^2}, \qquad (III)$$

1) Verh. d. Vereins z. Beförd. d. Gewerbefleißes, Berlin, November 1882.

2) „Über die Berührung fester elastischer Körper“, Journ. f. d. reine u. angew. Mathem. **92**, 156—171, 1881.

3) „Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper“, Ann. d. Phys. 14, 153—163, 1904. Zu denselben Formeln gelangte später unabhängig Th. Friesendorf in d. Hab.-Diss. „Theorie der Berührung fester elastischer Körper“, St. Petersburg 1905 (russisch).

4) „Lehrbuch der Elastizität“, Deutsch von Timpe, S. 234, 1907.

5) „Physik in graphischen Darstellungen“, S. 25, 1912, oder auch Winkelmanns „Handbuch der Physik“ I B, S. 600, 1908.

$$\tau_{yz} = p' \frac{yz^2}{u^2 + a^2 z^2} \frac{a^2 \sqrt{u}}{a^2 + u}, \tag{IV}$$

$$\tau_{xy} = 0, \tag{V}$$

$$\tau_{xz} = 0. \tag{VI}$$

σ_x, σ_y, σ_z bezeichnen die Normaldruckkomponenten in der Richtung der x-, y-, z-Achse, während τ_{yz} die Tangentialdruckkomponente in der Richtung der z-Achse bildet, welche in einem Flächenelemente, dessen Normale die y-Richtung hat, von dem Körperteile, in dem y kleinere Werte besitzt, auf denjenigen, in dem y größer ist, ausgeübt wird; analoge Bezeichnungen gelten für die übrigen Tangentialkomponenten. Bezeichnet für zwei Kugeln mit dem Halbmesser $r_1 = \frac{1}{\varrho_1}$ und $r_2 = \frac{1}{\varrho_2}$ E_1 bzw. E_2 die Youngsche, μ_1 bzw. μ_2 die Poissonsche und

$$\vartheta_1 = \frac{4(1-\mu_1^2)}{E_1} \quad \text{bzw.} \quad \vartheta_2 = \frac{4(1-\mu_2^2)}{E_2}$$

die Hertzsche Elastizitätskonstante, dann ist der Halbmesser des „Druckkreises“:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3p}{16} \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{\varrho_1 + \varrho_2}}, \tag{VII}$$

wo p den Gesamtdruck bedeutet. p' ist der Hauptdruck im Mittelpunkte des Druckkreises:

$$p' = \sigma_z^{(0)} = \frac{3p}{2\pi a^2}; \tag{VIII}$$

u ist außerhalb der Druckfläche eine Funktion der Koordinaten:

$$u = \frac{1}{2}\left[y^2 + z^2 - a^2 + \sqrt{(y^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2}\right]. \tag{IX}$$

Es ist leicht zu erkennen, daß wegen der schon vorher erwähnten Symmetrieeigenschaften die Spannungen für die in einer Koordinatenebene liegenden Punkte selbst in dieser Koordinatenebene liegen müssen, also der Spannungszustand als ebener angesehen werden soll. In der Tat sind z. B. die Spannungen in der yz-Ebene von der Normaldruckkomponente σ_z ganz unabhängig, was man aus den üblichen Formeln für die Spannungskomponenten beim dreiachsigen Spannungszustand direkt lesen kann.

Bezeichnet γ und $\gamma + \frac{\pi}{2}$ die Neigung der Hauptrichtungen gegen die y-Achse für die in der yz-Ebene liegenden Punkte, dann ist:

$$\operatorname{cotg} 2\gamma = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2\tau_{yz}} = \varphi(y, z), \tag{1}$$

also

$$\varphi(y,z) = \frac{u^2 + a^2 z^2}{2yz^2} \frac{a^2 + u}{a^2 \sqrt{u}} \left[\frac{1-2\mu}{3} \frac{a^2}{y^2}\left[1 - \left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3\right] + \left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)^3 \frac{2a^2 u}{u^2 + a^2 z^2} + \frac{z}{\sqrt{u}}\left[\frac{(1-\mu)u}{a^2 + u} + (1+\mu)\frac{\sqrt{u}}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{u}} - 2\right]\right]. \tag{1'}$$

Die Größe der Hauptspannungen findet man leicht aus der üblichen Formel

$$\sigma = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yz}^2},$$

$$\sigma = p' \frac{a^2}{u^2 + a^2 z^2}\left[\frac{yz^2}{a^2 + u}\sqrt{u}\left[-\varphi(y,z) \pm \pm \sqrt{\varphi^2(y,z) + 1}\right] + \frac{z^3}{\sqrt{u}}\right]. \tag{2}$$

Aus der Gleichung (1) findet man ohne Schwierigkeit die Differentialgleichungen der beiden Hauptspannungstrajektorien:

$$\operatorname{cotg}\gamma = \sqrt{\varphi^2(y,z) + 1} + \varphi(y,z) = \frac{dy}{dz},$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \sqrt{\varphi^2(Y,z) + 1} - \varphi(Y,z) = \frac{dY}{dz}, \tag{3}$$

wobei (y, z) bzw. (Y, Z) die Koordinaten der beiden Trajektorienscharen bezeichnen. Die Integration dieser Gleichungen ist indessen wegen der großen Kompliziertheit der Funktion φ sehr erschwert; man kann aber hier mit Vorteil die Heunsche Approximationsmethode[1]) anwenden Die Approximation dritter Ordnung liefert:

$$\Delta y = \frac{1}{4}\left\{\sqrt{\varphi^2(y,z) + 1} + \varphi(y,z) + 3\left[\sqrt{\varphi^2\left(y_1 = y + \Delta' y, z_1 = z + \frac{2}{3}\Delta z\right) + 1} + \varphi(y_1, z_1)\right]\right\}\Delta z,$$

$$\Delta Y = \frac{1}{4}\left\{\sqrt{\varphi^2(Y,z) + 1} - \varphi(Y,z) + 3\left[\sqrt{\varphi^2\left(Y_1 = Y + \Delta' Y, z_1 = z + \frac{2}{3}\Delta z\right) + 1} - \varphi(Y_1, z_1)\right]\right\}\Delta z, \tag{4}$$

1) Zeitschr. f. Mathem. u. Phys. **45**, 30, 1900.

wobei

$$\left.\begin{aligned}\Delta y &= \frac{2}{3}\Big\{\sqrt{\varphi^2\Big(y_{II}=y+\frac{1}{3}[\sqrt{\varphi^2(y,z)+1}+\varphi(y,z)]\,\Delta z,\ z_{II}=z+\frac{1}{3}\Delta z\Big)+1}+\\ &\qquad +\varphi(y_{II},z_{II})\Big\}\,\Delta z,\\ \Delta Y &= \frac{2}{3}\Big\{\sqrt{\varphi^2\Big(Y_{II}=Y+\frac{1}{3}[\sqrt{\varphi^2(Y,z)+1}-\varphi(Y,z)]\,\Delta z,\ z_{II}=z+\frac{1}{3}\Delta z\Big)+1}-\\ &\qquad -\varphi(Y_{II},z_{II})\Big\}\,\Delta z,\end{aligned}\right\}\quad(4')$$

Die Heunsche Lösung erlaubt nun also die Funktion $y=f(z)$ bzw. $Y=F(z)$ von einer beliebigen Anfangsstelle (y, z) bzw. (Y, z) bis zu einer anderen beliebigen Stelle $(y+\Delta y, z+\Delta z)$ bzw. $(Y+\Delta Y, z+\Delta z)$ analytisch fortzusetzen. Es ist noch zu bemerken, daß in den Ausdrücken für y_I, Y_I, y_{II}, Y_{II}, z_I und z_{II} der algebraische Wert des entsprechenden Zuwachses $[y_I - y]$, $[Y_{II} - Y]$, $[z_I - z]$ usw. einzusetzen ist, wobei das Zeichen des letzten mit dem von Δy, ΔY bzw. Δz übereinstimmt. Ist z. B. Δy beim negativen Δz positiv, dann ist

$$z_I = z - \frac{2}{3}\Delta z$$

und

$$z_{II} = z - \frac{1}{3}\Delta z,$$

während in y_I und y_{II} das Pluszeichen bleibt. Das Zeichen von Δy, ΔY und Δz ist natürlich der Funktion $\varphi(y, z)$ bzw. $\varphi(Y, z)$ zu entnehmen.

Will man die Hauptspannungstrajektorien graphisch darstellen, dann ist es vorteilhafter, die Differentialgleichungen (3) graphisch auszuwerten. Bestimmt man nämlich in einem beliebigen Punkte (y, z) die Richtung einer Hauptspannung, der man nach beiden Seiten bis zu einem benachbarten Punkte fortschreitend, die betreffende Hauptrichtung für diesen ermittelt usf., dann erhält man eine gebrochene Linie, in die die Spannungskurve eingeschrieben werden kann. Man kann hier mit Vorteil die Mohrsche Konstruktion[1]) anwenden, wobei direkt die Gleichungen (II), (III) und (IV) zu benutzen sind. Nach dieser Methode wurden die Hauptspannungstrajektorien in der yz-Ebene für den Fall der Berührung einer Kugel $\left[E_1, \mu_1 = \frac{3}{10}\right]$ mit einer Platte $[E_2 = E_1, \mu_2 = \mu_1]$ gezeichnet (Fig. 1).

Die Yz-Linien sind überall Drucklinien; die Größe des Hauptdruckes nimmt stetig ab, wenn wir längs einer von der Druckfläche auslaufenden Spannungstrajektorie in das Innere der Kugel eindringen; indem wir von der Oberfläche

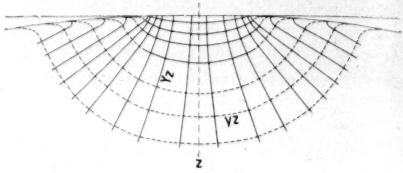


Fig. 1.

außerhalb des Druckkreises die Yz-Linien entlang gehen, nimmt der Hauptdruck von Null an stetig zu. Die Tangenten zu den Yz-Linien sind in der Oberfläche der Kugel stets der z-Achse parallel.

Die yz-Linien sind Druck- und Zuglinien; in der Nähe der Druckfläche bedeuten sie Druck, welcher stetig abnimmt, wenn wir von der z-Achse die Spannungstrajektorie entlang gehen, wird dann zu Null und geht hierauf in Zug[1]) über, welcher seinen Maximalwert in der Oberfläche erreicht; die weiteren Trajektorien sind ausschließlich Zuglinien, wobei die Größe des Hauptzuges mit der Entfernung von der z-Achse zuerst stetig abnimmt, um hierauf in der Nähe der Oberfläche wiederum zu wachsen; die yz-Linien, die in der Druckfläche endigen, sind selbstverständlich nur Drucklinien. Der größte Zug kommt am Rande der Druckfläche vor. Die Tangenten zu den yz-Trajektorien sind in der Oberfläche stets der y-Achse parallel.

Es darf nicht außer acht bleiben, daß die Hertz-Hubersche Lösung streng genommen nur in dem Falle zutrifft, wenn die Druckfläche nur verschwindend klein gegenüber der Oberfläche der Kugel ist; die Gültigkeit der Formeln, also auch der Bereich unserer Spannungstrajektorien, erstreckt sich hierbei nur für einen unendlich kleinen, die Druckstelle umgebenden Teil der Kugel. Da wir unsere Maße so wählten, daß die Druckfläche endlich erscheint, dann gelten unsere Spannungstrajektorien für das ganze endliche Gebiet, wobei natürlich die Gesamt-

1) Zeitschr. d. Ver. d. Ingen. **44**, 1526, 1900.

1) In der Figur bedeuten volle Linien Druck, punktierte Linien Zug.

dimensionen der sich berührenden Körper als unendlich anzusehen sind.

In dem Hertzschen Spannungsbilde (Fig. 2), das nur eine angenäherte Vorstellung der Spannungstrajektorien geben sollte, fehlen ganz die von der Oberfläche außerhalb des Druckkreises aus-

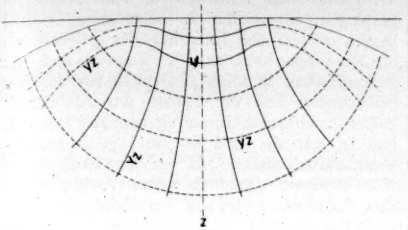


Fig. 2.

laufenden Drucklinien Yz. An deren Stelle kommen die Zuglinien der yz-Schar, so daß sich die Zugtrajektorien derselben Schar miteinander kreuzen. Dieser Verlauf der Spannungstrajektorien schien also auf die Existenz von Punkten hinzuweisen, in denen sich mehr als zwei Spannungslinien in der Ebene der Figur kreuzen, was richtig von Timpe[1]) bemerkt wurde. Das neu gefundene Spannungsbild, in dem sich die Linien der einen Schar nur mit den Linien der zweiten Schar kreuzen, hat natürlich derartige Punkte nicht erwiesen.

Die Hertzschen Spannungstrajektorien yz erfüllen auch nicht die Grenzbedingungen in der Oberfläche der Kugel. Innerhalb des Gültigkeitsgebiets der zitierten Formeln verschwindet doch in der Oberfläche z gegen y, wodurch die Spannungskomponenten zu Hauptdrucken werden, was auch aus dem Verlaufe der neu gefundenen Trajektorien deutlich hervortritt.

Zusammenfassung.

Es wurden die Differentialgleichungen der Hauptspannungstrajektorien für den Fall der Berührung zweier elastisch-isotroper Kugeln nach den von Hertz-Huber stammenden Formeln ausgerechnet und ihre approximative Integration durchgeführt.

Für den Fall der Berührung einer Kugel mit einer Platte wurden Hauptspannungstrajektorien graphisch ausgewertet, wobei sich zeigte, daß das Hertzsche Spannungsbild nur teilweise mit den von ihm angegebenen Formeln übereinstimmt. Das neu gefundene Trajektorienbild, in dem sich die Linien der einen Schar nur mit den Linien der zweiten Schar kreuzen, hat die Existenz von außerordentlichen Punkten, auf die das Hertzsche Bild hinzuweisen schien, nicht erwiesen.

Lemberg, Labor. f. techn. Mechan. an d. Techn. Hochschule, Okt. 1913.

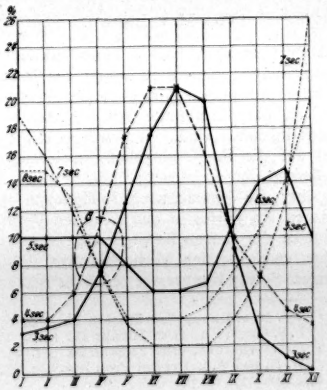
(Eingegangen 23. Oktober 1913.)

1) Love, loc. cit.

Über die Häufigkeit einzelner Mi.U.-Perioden.

Von C. Mainka.

In einer vorläufigen Mitteilung: „Über mikroseismische Bodenunruhe (Mi.U.) und Oberflächenwellen“ in Nr. 12, S. 555 dieser Zeitschrift habe ich kurz darauf hingewiesen, daß wenigstens nach den Mi.U-Aufzeichnungen in Irkutsk und Pulkovo die Perioden drei und vier Sekunden hauptsächlich in den Sommermonaten (Mai, Juni, Juli, August) auftreten, während die anderen Mi.U.-Perioden in den übrigen Monaten vorherrschen. Im weiteren Verfolg dieser Frage habe ich diese Vermutung auch durch die Aufzeichnungen anderer Stationen mehr oder weniger ausgeprägt gefunden. Es zeigte sich hierbei die auch schon betonte Tatsache, daß küstenferne Stationen, z. B. Graz, für den Sommer keine Mi. U. zeigen, also sich hier auch nichts über die Häufigkeit einzelner Mi.U.-Perioden sagen läßt. Ob aber dieses Fehlen, der, wenn auch in dieser Zeit, kleinen Mi.U.-Wellen an solchen küstenfernen Stationen bestehen bleibt, wenn hier die hochempfindliche elektromagnetisch-photographische Registrierung, wie sie Galitzin zuerst in die Seismik eingeführt, in den Betrieb gesetzt wird, bleibt abzuwarten. Ich meinerseits vermute, daß dann die kurzen Perioden auftreten werden. Der Einfluß des Untergrundes



soll hier nicht herangezogen werden. Bekannt ist die Tatsache, daß größeren Mi.U.-Amplituden auch größere Perioden entsprechen und umgekehrt. Ferner werden auch kurzperiodische Wellen stärker gedämpft, wie bekannt. Behandelt ist dies auch u. a. in: Galitzin, „Über die Dispersion und Dämpfung der seismischen Oberflächenwellen", welcher Aufsatz in meiner obengenannten vorläufigen Mitteilung an Stelle von: Galitzin, „Beobachtungen über die Vertikalkomponente der Bodenbewegung" versehentlich genannt. Auch: H. Nagaoka, „On damped progressive waves and the formation of tail in distant earthquakes" ist hier zu erwähnen.

In letzter Zeit bin ich auf die Mitteilungen der Hamburger Erdbebenstation: „Die seismischen Registrierungen in Hamburg 1. I. 1910 bis 31. XII. 1911 von Dr. E. Tams" aufmerksam geworden. Hier ist eine Tabelle über die Amplituden und Perioden der Mi. U. für 1911 gegeben. Auch aus dieser Tafel ergibt sich, daß die kürzeren Perioden in die Sommermonate fallen. Die küstennahe Station Hamburg ist m. E. für das Studium der Mi.U. besonders wichtig. Ich habe nun versucht für unseren Kontinent in runden Werten Verteilungskurven für die Häufigkeit der einzelnen Mi.U.-Perioden abzuleiten und habe umstehende Figur erhalten. Natürlich kann es sich vorläufig nur um Annäherungen handeln. Das in der Figur eingeklammerte Gebiet zeigt die Zeiten, wo alle Mi.U.-Perioden 3—7 Sekunden in nahezu gleicher Häufigkeit auftreten.

Straßburg i. E., 5. November 1913.

(Eingegangen 6. November 1913.)

Zur Optik der Raumgitter. II.

Von M. v. Laue[1]).

Herr Ornstein hat in einer zweiten Veröffentlichung[2]) seine Berechnung der Intensität der Interferenzpunkte[3]) so weit klargestellt, daß wir jetzt eine bestimmte Ansicht darüber zu äußern imstande sind. Wir wollen dabei aber nicht auf die Frage eingehen, inwieweit seine Ergebnisse der Erfahrung entsprechen. Alles, was über die beobachteten Helligkeiten zurzeit zu sagen ist, dürfte in den neuesten Veröffentlichungen der Herren Bragg[4]) und in den demnächst erscheinenden Verhandlungen des diesjährigen Solvay-Kongresses erwähnt sein; deswegen gehen wir auch nicht auf den Abschnitt IV bei Herrn Ornstein ein. Nur das rein Gedankliche an seinen Ausführungen unter II und III soll Gegenstand unserer Kritik sein.

In den beiden letztgenannten Abschnitten beruht seine Überlegung auf der Annahme: Wird eine ebene Sinuswelle an einer Netzebene gespiegelt, in welcher N beleuchtete Partikel liegen, so ist die Intensität des gespiegelten Strahls proportional zu N^2. Dem glauben wir widersprechen zu müssen. Denken wir uns den beleuchteten Teil der Ebene der Einfachheit halber als ein schachbrettartig besetztes Quadrat, und ist $2M$ die Zahl der auf die Seitenlänge kommenden Teilchen ($4M^2 = N$), so ist die Intensität in einem unendlich fernen Aufpunkt, zu dem der Radiusvektor mit den Richtungskosinus α, β, γ hinführt,

$$\frac{\sin^2 Mka(\alpha-\alpha_0)}{\sin^2\frac{1}{2}ka(\alpha-\alpha_0)}\,\frac{\sin^2 Mka(\beta-\beta_0)}{\sin^2\frac{1}{2}ka(\beta-\beta_0)},$$

falls α_0, β_0, γ_0 die Richtungskosinus der einfallenden Welle und die x- und y-Achse parallel den Seiten des Quadrats gelegt sind. Ihr bei $\alpha=\alpha_0$, $\beta=\beta_0$, $\gamma=-\gamma_0$ erreichtes Maximum ist nun freilich proportional zu $4M^4=\frac{N^2}{4}$, doch tritt keineswegs nur in dieser einen Richtung merkliche Helligkeit auf. Im Gegenteil gibt es einen, wenn auch kleinen, so doch endlichen körperlichen Winkel, in welchem dies der Fall ist. Die Teile dieses Winkels treten bei der bisherigen Beobachtungsmethode nicht einzeln in Erscheinung, sondern ein Punkt im Interferenzbild entspricht schon dem ganzen Winkel, enthält somit die ganze ihm entsprechende Energie. Diese aber ist, abgesehen von einem Proportionalitätsfaktor, gleich

$$\iint \frac{\sin^2 Mka(\alpha-\alpha_0)}{\sin^2\frac{1}{2}ka(\alpha-\alpha_0)}\,\frac{\sin^2 Mka(\beta-\beta_0)}{\sin^2\frac{1}{2}ka(\beta-\beta_0)}\,d\alpha\,d\beta =$$

$$= \frac{1}{k^2a^2}\iint \frac{\sin^2 MA}{\sin^2\frac{1}{2}A}\,\frac{\sin^2 MB}{\sin^2\frac{1}{2}B}\,dA\,dB \qquad (1)$$

$$(A = ka(\alpha-\alpha_0),\quad B = ka(\beta-\beta_0)),$$

wobei die Integration über den ganzen, den Punkt $\alpha=\alpha_0$, $\beta=\beta_0$ umgebenden Bereich zu erstrecken ist, innerhalb dessen der Integrand merkliche Werte hat. Wegen der äußerst starken Hervorhebung dieser Umgebung dürfen wir den Integrationsbereich aber auch beliebig erweitern, ohne das Integral merklich zu ändern, wenn wir nur allen anderen von der Netzebene

1) Vgl. M. v. Laue, diese Zeitschr. **14**, 1040, 1913.
2) L. S. Ornstein, diese Zeitschr. **14**, 1229, 1913.
3) L. S. Ornstein, diese Zeitschr. **14**, 941, 1913.
4) W. H. und W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. **88**, 428; **89**, 246, 248, 277, 1913.

gelieferten Kreuzgitterspektren hinreichend fern bleiben. Da die nächsten davon bei

$$A = \pm 2\pi, \quad B = 0,$$
$$A = \pm 2\pi, \quad B = \pm 2\pi,$$
$$A = 0, \quad B = \pm 2\pi$$

liegen, sind $+\pi$ und $-\pi$ in (1) zulässige Integrationsgrenzen für A und B. Setzt man sie ein, so findet man für (1), da

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin^2 M\frac{A}{2}}{\sin^2 \frac{1}{2}A} dA = 4M\pi$$

ist, den Wert:

$$\frac{16\pi^2 M^2}{k^2 a^2} = \frac{4\pi^2 N}{k^2 a^2},$$

dieser ist aber zu N proportional. — Man kann sich dies auch ohne Rechnung klar machen; denn die gesamte aus der einfallenden Welle abgesplitterte Energie ist proportional zu N, sie findet sich zu ganz überwiegendem Teil in der nächsten Umgebung der verschiedenen Kreuzgitterspektren wieder; also muß auch die gesamte in der Nähe eines solchen Spektrums vorhandene Energie zu N proportional sein. Das Spektrum nullter Ordnung, d. h. der gespiegelte Strahl hat dabei nichts weiter voraus, als daß er sich bei einer Veränderung der Wellenlänge nicht verschiebt. Die Proportionalität zu N bleibt für ihn und alle anderen Spektren bestehen, wenn man von der bisher betrachteten homogenen Welle zu spektral inhomogener Strahlung übergeht.

Berücksichtigt man noch das Zusammenwirken von n Netzebenen, wie Herr Ornstein dies tut, so findet man die Intensität eines Interferenzpunktes proportional zur Gesamtzahl Nn der beleuchteten Atome; das aber läßt sich, wie Herr H. A. Lorentz auf dem diesjährigen Solvay-Kongreß erwähnte, leicht auch aus den früher von uns angegebenen Gleichungen ableiten.

Des Zusammenhangs wegen sei darauf hingewiesen, daß die Proportionalität zwischen der Intensität eines Interferenzpunktes und der Belegungsdichte der ihn spiegelnden Netzebene, welche Herr Ornstein gern ableiten möchte, in logisch einwandfreier Weise von Herrn Ewald[1]) aus der Annahme hergeleitet ist, daß in der einfallenden Welle ein weiter Bereich gleich intensiv vertretener Wellenlängen vorhanden ist, welche alle wesentlich kleiner sind, als der Abstand benachbarter Netzebenen. Dann wird nämlich die Zahl der Wellenlängen, die der Beziehung $n\lambda = 2d\cos\varphi$ genügen und somit in dem fraglichen Interferenzpunkt auftreten, proportional zu d. Empirisch aber trifft diese Proportionalität hauptsächlich deswegen nicht zu, weil, wie die Untersuchungen der Herren Bragg, sowie die von Moseley und Darwin[1]) gezeigt haben, die Röntgenstrahlwellenlängen der erwähnten Bedingung nicht genügen.

1) P. P. Ewald, diese Zeitschr. **14**, 465, 1913.

1) H. G. J. Moseley und G. Darwin, Phil. Mag. **26**, 210, 1913.

Zürich, November 1913.

(Eingegangen 21. November 1913.)

Zur Influenztheorie der Niederschlagselektrizität.

Von J. Elster und H. Geitel.

Der Gedanke, daß die Gewitterelektrizität vielleicht auf Influenzerscheinungen zurückführbar sei, indem die Wolken mit Einschluß der aus ihnen herabsinkenden Wasserteilchen eine Art von selbsttätig wirkender Influenzmaschine bilden, die durch die Schwere der Niederschläge im Betriebe erhalten werde, ist von uns schon im Jahre 1885 ausgesprochen[1]). Es ist wohl erklärlich, wenn die damals vorgetragene Auffassung von der Beschaffenheit des elektrischen Vorgangs in den Gewitterwolken den in der Zwischenzeit erfolgten Fortschritten unseres Wissens in mancher Beziehung nicht mehr entspricht.

Diese Erkenntnis war die Veranlassung dazu, daß der eine von uns (Geitel) bei der Tagung der luftelektrischen Kommission in München am 24. und 25. Mai 1912 die Gelegenheit wahrnahm, im Anschluß an einen Bericht von Herrn Benndorf über Beobachtungen der Niederschlagselektrizität auf die Influenztheorie zurückzukommen und sie in wesentlich veränderter Form darzubieten[2]). Die hier zuerst ausgesprochene neue Auffassung wurde dann später (31. Oktober 1912) in einem Vortrage im Verein für Naturwissenschaften in Braunschweig von Geitel noch einmal zusammenhängend dargestellt.

Herr G. C. Simpson, dem wir einen Zeitungsbericht über den letztgenannten Vortrag zusandten, hat nun in einer kürzlich in dieser Zeitschrift[3]) erschienenen Arbeit behauptet, daß in unserer früheren Betrachtungsweise ein „schwerer Feh-

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **25**, 116 u. 121, 1885.

2) Protokoll der Sitzungen der luftelektrischen Kommission der kartellierten deutschen Akademien in München. Sitzber. d. Kgl. Bayr. Akad. 1912, S. 392.

3) G. C. Simpson, diese Zeitschr. **14**, 1065, 1913.

ler", nämlich die unrichtige Bestimmung des Vorzeichens einer elektrischen Ladung, enthalten sei, den wir erst in dem genannten Vortrage berichtigt hätten.

Es ist Herrn Simpson offenbar entgangen, daß unsere frühere und die jetzige Auffassung des elektrischen Vorgangs in den Gewitterwolken in einer Beziehung einander entgegengesetzt sind und folgerichtigerweise dadurch zu einer entgegengesetzten Vorzeichenbestimmung führen.

Wir möchten das Mißverständnis im folgenden aufklären und zugleich die neue Fassung der Influenztheorie kurz darlegen.

Eine jede Influenztheorie der Niederschlagselektrizität setzt das Vorhandensein eines elektrischen Feldes in den Wolken voraus. Zwei Niederschlagsteilchen, die sich berühren und dann parallel der Feldrichtung auseinander weichen, werden dabei entgegengesetzte elektrische Ladungen annehmen.

Eine solche elektrisch wirksame Berührung von Niederschlagsteilchen war in unserer älteren Auffassung in folgender Weise gedacht.

Wir nahmen an, daß die fallenden Regentropfen mit den feinsten Tröpfchen der Wolke, den „Wolkenelementen" in leitende Berührung kommen könnten, ohne jedesmal mit ihnen zusammenzufließen. Der Durchmesser der Wolkenelemente sei als klein gegen den der Regentropfen vorausgesetzt. Unter Vernachlässigung der Kompression der Luft durch einen fallenden Tropfen und seiner Formveränderung sahen wir in erster Annäherung die Bewegungsgesetze als gültig an, die sich auf eine in einer Flüssigkeit herabsinkende Kugel beziehen. „Die Stromlinien, d. h. die Bahnen, in denen sich die ausweichenden Luftteilchen um den Mittelpunkt des Tropfens bewegen werden, sind in diesem Falle ebene Kurven, die symmetrisch in bezug auf die durch den Mittelpunkt der Kugel gelegte Horizontalebene verlaufen. Diese Stromlinien umschließen einander, die innerste setzt sich zusammen aus Meridianen der Kugel, die vom höchsten zum tiefsten Punkte verlaufen, und aus den von diesen Punkten aus nach unten und oben gezogenen Vertikallinien[1]). Findet nun auch in dieser äußersten Grenzkurve eine Flüssigkeitsbewegung in endlicher Zeit nicht statt, so doch in den ihr benachbarten, die sich ihrer Gestalt nach unendlich wenig von ihr unterscheiden. Durch diese letzteren wird aber die Bahn eines Wasserstäubchens, das mit dem fallenden Tropfen an seiner unteren Hälfte in Berührung tritt, wesentlich bedingt sein; es muß ein Herumgleiten des ersteren an dem letzteren eintreten, durch das das Stäubchen auf die obere Hälfte des Tropfens übergeführt wird.

Das Resultat dieser Überlegung ist demnach, soweit sich der Vorgang übersehen läßt, folgendes: Findet ein Zusammentreffen eines fallenden großen Tropfens mit einem sehr feinen statt, und tritt kein Zusammenfließen ein, so erfolgt die definitive Trennung stets in einem Punkte der oberen Halbkugelfläche des größeren."[1])

Wird die Richtigkeit dieser Vorstellung zugegeben, so muß im normalen Felde der Erde das kleine Wasserstäubchen, da es im Augenblicke der Trennung die obere Fläche des größeren berührt, negativ elektrisch geladen werden.

Inzwischen waren uns, teils durch die Untersuchungen von Lenard[2]) über die Gestalt der Regentropfen, teils auch durch einen brieflichen Meinungsaustausch mit Herrn W. Linß (Darmstadt), Zweifel an der Möglichkeit einer solchen Bewegung gekommen, wie sie nach dem vorigen der kleinere Tropfen um den größeren ausführen sollte[3]).

Die Regentropfen sind in Wirklichkeit keine Kugeln, sondern parallel der Horizontalen abgeflacht, ein Herumgleiten der feinsten Wasserstäubchen von der unteren zur oberen Fläche eines fallenden Tropfens erscheint nicht möglich, wohl aber ein Abprallen des Stäubchens an der unteren Tropfenfläche, wenn nämlich keine Verschmelzung bei der Berührung eintritt.

Ein solcher Vorgang ist ebenfalls elektrisch wirksam, das abprallende Teilchen müßte sich aber jetzt im normalen Felde der Erde positiv aufladen, da es während seiner Abtrennung die untere Seite des großen Tropfens berührte.

Man erkennt also, daß nach der neuen Auffassung die elektrische Ladung der von größeren Niederschlagsteilchen abgleitenden kleineren Körperchen gerade entgegengesetzt wie nach der älteren gefunden werden muß. Es handelt sich also nicht, wie Herr Simpson meint, um eine nachträgliche Berichtigung einer fehlerhaften Vorzeichenbestimmung, sondern um eine zu der früheren gegensätzliche Art, sich die elektrisch wirksame Begegnung von Niederschlagsteilchen vorzustellen.

Wir setzen zur Verdeutlichung die Figuren 1 und 2 daneben, die diese beiden Auffassungen wiedergeben.

1) Vgl. G. Kirchhoff, Mechanik, S. 222. 1877.

1) Zitat nach Wied. Ann. **25**, 123–124, 1885.

2) P. Lenard, Meteorol. Zeitschr. **21**, 249, 1904.

3) Durch dieselben Untersuchungen von Lenard war auch der später (Wien. Ber. **99**, 445, 1890) von uns ausgesprochene Gedanke, daß durch das bloße Zerreißen großer Tropfen im elektrischen Felde genügende Elektrizitätsmengen getrennt werden könnten, zweifelhaft geworden, auf Grund einer Überlegung ähnlicher Art, wie sie Herr Simpson (l. c., S. 1064) ausführt.

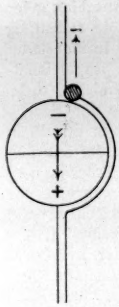


Fig. 1.

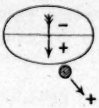


Fig. 2.

Soviel zur Klärung des vorliegenden Mißverständnisses.

Nun ist von der einfachen Scheidung der Elektrizitäten durch Berührung und Trennung von Niederschlagsteilchen im elektrischen Felde noch ein weiter Schritt zu der Wirkung einer Wolke als Influenzmaschine, d. h. zu der selbsttätigen Verstärkung des bestehenden Feldes.

Unsere erste Auffassung, bei der die Trennung des feinen Niederschlagsteilchens an der oberen Hälfte des größeren stattfinden sollte, führt, wie man leicht sieht, zu einer Schwächung des Feldes, wenn man nicht Nebenannahmen von Konvektionsströmen in der Wolke macht, durch die die elektrisierten Wolkenschichten umgelagert werden, so daß sie wieder feldverstärkend wirken können. Da uns nun aber der Grundgedanke dieser früheren Betrachtungsweise nicht mehr haltbar erscheint, so werden auch die weiteren älteren Ausführungen hinfällig, selbst abgesehen davon, daß sie mit den jetzigen Anschauungen über die Luftbewegung in Gewittern nicht im Einklange sind.

Dagegen bietet die zweite Auffassung des elektrisch wirksamen Vorgangs, die Trennung der Niederschlagsteilchen an der Unterseite des größeren, den Vorteil, daß sie weit einfacher zu einer Feldverstärkung führt.

AB und CD seien zwei horizontale Ebenen, zwischen denen eine sehr große Anzahl kleiner unelektrischer leitender Körperchen k in einem isolierenden Medium schwimmen, der Widerstand des Mediums verhindere merkliche Ortsveränderungen durch die Schwere oder durch elektrische Kräfte. Wir denken uns AB etwa als flache isolierte leitende Schale, CD als sehr weitmaschiges isoliertes Drahtnetz.

Es werde nun AB etwa eine negative, CD eine gleiche positive Ladung (durch kurze Berührung mit den Polen einer in der Mitte geerdeten Batterie) erteilt, so daß zwischen AB und CD ein elektrisches Feld entsteht.

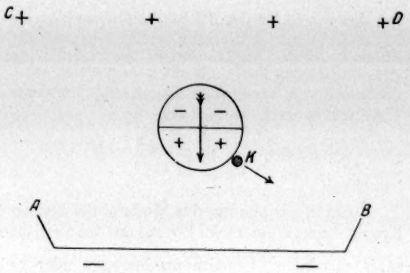


Fig. 3.

Denkt man sich nun durch die Maschen von CD größere unelektrische und leitende Kugeln herabfallend, so werden diese in dem Felde sich polarisieren, d. h. auf der unteren Hälfte eine positive, auf der oberen negative Ladung annehmen. Wenn nun bei der Begegnung einer fallenden Kugel mit einem der schwebenden Körperchen dieses an der unteren Fläche des ersteren abprallt, so nimmt es von dieser eine positive Ladung mit. Die fallende Kugel wird mit der entsprechenden negativen Ladung in die Schale AB gelangen und die elektrische Dichtigkeit auf dieser vermehren, während das im Felde zurückbleibende positive Teilchen eine gleichnamige Raumladung zwischen AB und CD hervorruft, durch die zu dem ursprünglich bestehenden Felde ein zweites von gleicher Richtung hinzukommt.

Der Vorgang wiederholt sich bei jeder „wirksamen“ Begegnung im Felde und bringt eine mit der Zeit wachsende Vermehrung der elektrischen Kraft zwischen AB und CD zustande. Die Schwerkraft leistet dabei an den fallenden Kugeln Arbeit gegen die Feldkräfte, hierin liegt die Quelle der Zunahme an elektrischer Energie.

Der gedachte Vorgang läßt sich hinsichtlich seiner Wirksamkeit auch quantitativ abschätzen.

Eine in einem homogenen Felde von der Intensität F und mit horizontalen Niveauflächen schwebende leitende Kugel polarisiert sich so, daß, unabhängig von ihrem Radius, die elektrische Dichtigkeit in ihrem höchsten und tiefsten Punkte $\sigma = \frac{3F}{4\pi}$ ist. Eine sehr kleine Kugel, deren Radius ϱ im Verhältnis zu dem der größeren unendlich klein angenommen werden möge, würde, wenn sie diese gerade in dem tiefsten Punkte berührt, beim Zurückprallen eine Ladung mitnehmen, deren mittlere Dichte auf

ihr das $\frac{\pi^2}{6}$-fache der Dichtigkeit σ an der berührten Stelle wäre, indem die Umgebung der getroffenen Stelle als eben angesehen wird. Die somit von der kleinen Kugel aufgenommene Elektrizitätsmenge würde sich als

$$E = \frac{\pi^2}{6} \frac{3F}{4\pi} 4\pi\varrho^2 = \frac{\pi^2}{2} \varrho^2 F$$

berechnen.

Nehmen wir nun an, das Material der kleinen Kügelchen sei Wasser oder Eis, so wird das Gewicht eines einzelnen $\frac{4\pi\varrho^3}{3}$ Gramm betragen oder es werden $\frac{3}{4\pi\varrho^3}$ solcher Kügelchen erforderlich sein, um ein Gramm Wasser zu bilden. Falls nun alle diese Kügelchen eine wirksame Begegnung mit den großen Kugeln gehabt haben (was bei dem Falle von Niederschlägen durch eine Wolke allerdings schwerlich zutreffen wird), so würde die auf ihnen vorhandene Elektrizitätsmenge

$$Q = \frac{3}{4\pi\varrho^3} \cdot E = \frac{3\pi}{8 \cdot \varrho} F \text{ elektrost. Einh.}$$

betragen.

Setzen wir beispielsweise den Radius ϱ der Kügelchen, wie es bei Wolkenelementen vorkommt, gleich 0,001 cm[1]), nehmen wir ferner die Feldstärke zu

$$100 \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}} = \frac{1 \text{ Volt}}{\text{cm}} = \frac{1}{300} \text{ elektrost. Einh.}$$

an, so ergibt sich als die Gesamtladung von einem Gramm Wasser innerhalb der angenommenen Wolke feinsten Wasserstaubs

$$\frac{3\pi}{8} \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{300} = \frac{5\pi}{4} \text{ elektrost. Einh.,}$$

d. h. zu ungefähr 4 elektrost. Einh. Da eine Wolke in Wirklichkeit bis zu 5 Gramm an Wassertröpfchen im Kubikmeter enthält, so käme unter den angenommenen Voraussetzungen auf diesen Raum eine Gesamtladung von 20 elektrost. Einh.

Für den Fall, daß die Berührung und Trennung der Niederschlagsteilchen nicht gerade im tiefsten Punkte des größeren stattfindet, tritt zu der fortgeführten Elektrizitätsmenge als Faktor noch der Kosinus des Winkels hinzu, dessen Standbogen der Abstand des getroffenen Punktes von der tiefsten Stelle ist. Für Winkel bis gegen 60° hin, d. h. für Berührungspunkte, die $^3/_4$ des ganzen Querschnitts des fallenden Tropfens ausfüllen, würde also der berechnete Betrag noch nicht um die Hälfte herabgesetzt.

Die Feldverstärkung durch den betrachteten Prozeß ist noch nicht mit in Anschlag gebracht, es genügt der Hinweis, daß sie selbsttätig erfolgt und daß die freiwerdenden Influenzladungen immer der jeweiligen Feldstärke proportional sind.

Ist das ursprünglich vorhandene, d. h. das „erregende" Feld, das normale der Erde, d. h. ist das Potentialgefälle positiv in der Richtung der Vertikalen, so werden nach der entwickelten Vorstellung durch die großen Tropfen negative Ladungen zur Erde geführt, während positive in der Luft verbleiben und das Feld verstärken; ist das erregende Feld umgekehrt, d. h. wird negatives Potentialgefälle an der Erdoberfläche beobachtet, so führen die fallenden Tropfen positive Elektrizität nach unten. Das am Erdboden bestehende Potentialgefälle müßte hiernach, wenn man von Phasenverschiebungen absieht, die durch die Falldauer der Tropfen bedingt werden, sowie von der Notwendigkeit, daß auch die kleinen Tropfen schließlich zur Erde gelangen müssen, den entgegengesetzten Gang nach Größe und Vorzeichen haben, wie die von der Volumeinheit des Niederschlags herabgeführten Elektrizitätsmengen. Dieser Zusammenhang, nach dem die Kurve der Niederschlagselektrizität im ganzen das Spiegelbild von der des gleichzeitigen Potentialgefälles ergeben müßte, ist in der Tat von verschiedenen Beobachtern in einer Reihe gleichzeitig aufgenommener Kurven gefunden worden[1]) und hat uns durch die Häufigkeit seines Auftretens schon bei unseren ersten Beobachtungen der Niederschlagselektrizität so überrascht, daß wir als seine Ursache zuerst einen systematischen Fehler der Methode vermuteten.

Daß das ursprünglich „erregende" Feld in allen Fällen das normale der Erde sein müsse, möchten wir durchaus bezweifeln. Selektive Ionenadsorption an Niederschlagsteilchen während und nach erfolgter Kondensation, ferner die von Herrn Simpson untersuchte Zerstäubung von Wassertropfen in Luft wirken nachgewiesenermaßen elektromotorisch. Verlagerungen elektrisierter Wolkenschichten durch Luftströmungen, Blitzentladungen im fortgeschrittenen Stadium des Vorgangs können elektrische Felder hervorrufen, die von dem normalen der Erde ganz unabhängig sind.

Eine weitere Bemerkung ist noch erforderlich über die Natur der Niederschlagsteilchen, unter denen „wirksame" Berührungen stattfinden sollen. Wir hatten, zur Vereinfachung des Bildes, Wassertröpfchen angenommen, zwischen denen

1) V. Conrad, Meteorol. Zeitschr. **24**, 159, 1907.

1) J. Elster u. H. Geitel, Terrestrial Magnetism and Atm. Electricity **4**, 15, 1899; E. Weiß, Wien. Ber. 115, 1302, 1906; H. Benndorf, Bericht über die Beobachtungen der Niederschlagselektrizität. Sitzber. d. Kgl. Bayr. Akad. 1912, S. 426.

der Austausch elektrischer Ladungen vor sich ging. Wenngleich ein solcher Austausch experimentell nachweisbar ist an Tröpfchen, die von einer ruhenden Wasserfläche reflektiert werden[1]), und wenn auch nach den Untersuchungen von Defant die Wahrscheinlichkeit des Zusammenfließens von Wolkentropfen um so geringer wird, je kleiner der Radius des einen im Verhältnis zu dem des andern ist[2]), so wird man doch ohne weiteres zugeben, daß die Aussicht für eine elektrisch wirksame Begegnung bei festen Partikelchen, wie zwei Graupelkörnern stark verschiedener Größe, wesentlich günstiger ist als bei flüssigen, da bei diesen die Wirkung durch Zusammenfließen vereitelt werden kann. Allerdings dürfte die Temperatur der Eisteilchen nicht so tief liegen, daß absolute Isolation bestände.

Unter dieser Voraussetzung würde beim Falle fester Niederschläge die Feldverstärkung im allgemeinen leichter erfolgen und man könnte immerhin die alte[3]) Frage wieder aufwerfen, ob nicht der eigentliche Sitz der Elektrizitätsentwicklung in den Gewittern diejenigen Wolkenschichten sind, in denen die Niederschläge in fester, und zwar körniger Form vorhanden sind.

Es liegt in der Natur der Influenztheorie der Wolkenelektrizität, wegen der Unbestimmtheit der Richtung des erregenden Feldes, daß sie durch alleinige Beobachtungen der Eigenelektrizität der Niederschläge weder bestätigt noch widerlegt werden kann. Wohl aber ist dies möglich durch gleichzeitige Registrierung sowohl des Potentialgefälles wie der Niederschlagselektrizität.

Wir sind uns wohl bewußt, daß den vorstehenden Ausführungen noch das fehlt, was ihnen mehr Wert verleihen würde als den einer Anregung, es ist dies die Unterstützung durch das Experiment.

Es wäre nicht schwierig, eine mechanische Anordnung zu entwerfen, durch die das entwickelte Prinzip der Feldverstärkung verdeutlicht werden könnte, man brauchte nur die vorhin in Fig. 3 gedachte Anordnung umzukehren. Zwischen zwei Ebenen AB und CD sind große leitende Kugeln isoliert befestigt. Nachdem den beiden Ebenen entgegengesetzte elektrische Ladungen mitgeteilt sind, werden kleine leitende unelektrische Kügelchen von oben herab in das entstandene Feld fallen gelassen. Indem sie von der Oberseite der festen Kugeln abspringen, führen sie der unteren Ebene AB Elektrizität desselben Vorzeichens zu, mit dem diese selbst geladen war. Daß eine Vorrichtung dieser Art als Influenzmaschine wirksam sein wird, dürfte keinem Zweifel unterliegen, ebenso aber auch, daß sie die wirklichen Vorgänge in einer Wolke nur recht mangelhaft wiedergibt.

Wir haben versucht, allerdings ohne positives Ergebnis, der Wirklichkeit durch folgende Versuchsanordnung näher zu kommen.

Da es sich als anscheinend unmöglich erwies, Wassernebel in Luft einige Zeitlang in horizontaler Schichtung künstlich herzustellen, so verwandten wir Nebel von Salmiak in Kohlendioxyd, das man zu diesem Zwecke zwei Wulfsche Flaschen passieren läßt, von denen die erste konzentrierte Salzsäure, die zweite Ammoniak enthielt. Mit dem so erhaltenen Nebel läßt sich ein flaches weites leitendes Gefäß anfüllen, er bleibt bei ruhiger Luft einige Minuten mit leidlich scharfer Oberfläche darin stehen. Läßt man nun von einem seitlich aufgestellten Springbrunnen mit feinem Strahle, dessen kontinuierlicher Teil durch eine zur Erde abgeleitete Röhre völlig gegen elektrische Kräfte geschützt ist, Tropfen etwas schräg aufsteigen und dann frei in das Nebelgefäß einfallen, so hat man eine gewisse Analogie mit der Regenwolke verwirklicht. Indem man nun an das isolierte, mit Nebel gefüllte Gefäß eine elektrische Spannung, etwa negativen Vorzeichens, anlegt, stellt man auch die elektrische Polarisation der fallenden Wassertropfen oberhalb des Gefäßes her. Falls derselbe Vorgang eintreten würde, wie wir ihn in der Gewitterwolke annahmen, so müßte sich die oberste Schicht des Salmiaknebels während des Tropfenfalls allmählich positiv aufladen. Schaltet man also, nachdem der Fall der Tropfen eine Zeitlang gedauert hat, die freie Spannung ab und verbindet das Gefäß, nach vorheriger zeitweiliger Ableitung zur Erde, mit einem Elektrometer, so hätte dieses, sobald man den Nebel aus dem Gefäß hinausbläst, negative Ladung anzuzeigen.

Es ist uns nicht gelungen, dabei Elektrometerausschläge konstanten Vorzeichens zu erzielen, da eine nicht auszuschaltende Fehlerquelle störend wirkte. Der Nebel erwies sich nämlich stets von vornherein elektrisch, mochten wir das Kohlendioxyd aus Karbonaten und Säuren herstellen oder aus einer Flasche mit flüssigem Kohlendioxyd entnehmen; auch ohne Anwesenheit des Salmiaknebels waren in dem durch Watte filtrierten Gase Ladungen wechselnden Zeichens enthalten. Zweifelhaft im hohen Grade muß überdies auch das „Abprallen" der Stäubchen von Salmiak von den Wassertropfen sein, es wird vielmehr jede wirkliche Berührung wahr-

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **25**, 130, 1885.
2) A. Defant, Meteorol. Zeitschr. **22**, 324, 1905.
3) L. Sohncke, Meteorol. Zeitschr. **5**, 413, 1888.

scheinlich zur sofortigen Auflösung des Salmiakteilchens in dem Wasser führen.

Es dürfte sehr schwierig sein, auf experimentellem Wege eine Wolke aus Wasserstaub untermischt mit größeren Tropfen so nachzuahmen, daß die elektrischen Bedingungen denen in der freien Atmosphäre einigermaßen vergleichbar sind.

Das Ausbleiben des Erfolges bei diesen Versuchen hat uns bestimmt, die ausführliche Darstellung der neuen Auffassung bis jetzt zurückzuhalten. Wir fassen den Hauptinhalt der vorstehenden Mitteilung in folgender Weise zusammen:

1. An die Stelle der im Jahre 1885 von uns vorgeschlagenen Influenztheorie der Wolkenelektrizität, bei der die elektrisch wirksame Trennung eines kleinen Niederschlagsteilchens von einem größeren an der oberen Seite des größeren angenommen war, setzten wir eine neue, in der diese Trennung an der Unterseite vorausgesetzt wird.

2. Diese Annahme würde zu einer Zunahme des elektrischen Feldes in der Zeit führen überall dort, wo eine Trennung von Niederschlagsteilchen in dem gedachten Sinne erfolgt.

3. Eine Folge der Annahme ist, daß das Potentialgefälle an der Erdoberfläche in der Richtung der Vertikalen während des Fallens von Niederschlägen seinem Vorzeichen nach dem der gleichzeitig bestimmten Eigenladung der Niederschläge in der Regel entgegengesetzt gefunden werden müßte.

Bis eine in jeder Beziehung ausreichende Theorie der Gewitterelektrizität gefunden ist, halten wir an der Annahme fest, daß die Niederschlagselektrizität durch Influenzvorgänge mit bedingt ist, bei denen die Energie der fallenden Niederschläge in elektrische Feldenergie umgesetzt wird.

(Eingegangen 9. November 1913.)

Über die Elektrizität der Niederschläge.

Erwiderung auf die Ausführungen des Herrn G. C. Simpson.

Von F. Schindelhauer.

Auf S. 1057 dieser Zeitschrift sucht Herr Simpson die Ergebnisse der Registrierungen der Niederschlagselektrizität zu Potsdam, welche von mir bearbeitet worden sind[1]), zugunsten seiner Gewittertheorie auszulegen, während ich zu der Ansicht gekommen bin, daß seine Theorie durch dieses Material widerlegt würde. Es ist in der Tat möglich, daß man „mit Statistik alles beweisen kann", wenn man nämlich nur dasjenige Zahlenmaterial berücksichtigt, welches eine vorgefaßte Meinung bestätigen kann. Ich glaube, daß Herr Simpson so verfährt, indem er das aus den Potsdamer Messungen für Schnee aufgestellte Zahlenmaterial außer Acht läßt und seine Theorie für eine Theorie der „Gewitterelektrizität" ausgibt. Meine Beweisführung beruht aber gerade darauf, daß sich aus den Potsdamer Messungen ein auffallender Parallelismus oder besser gesagt Antiparallelismus zwischen den Vorgängen bei Regen und Schnee herleiten läßt. Da Herr Simpson hierauf nicht eingeht, will ich in aller Kürze die Belege dafür beibringen. Vorauszuschicken ist, daß Regen positive, Schnee negative Ladungen mit sich führt.

Tabelle I. Stromrichtung und Niederschlagsintensität.

	Intensität	0—1	1—3	>3 $\frac{\text{ccm}}{\text{qcm Min.}}$	Für 707 qcm Auffangfläche
Verhältnis der gesamten Elektrizitätsmenge $\frac{e+}{e-}$ für	Gewitterregen[2])	0,5	0,7	1,5	
	Böenregen[3])	0,3	0,6	1,5	
	Schneefälle	1,8	0,5	0,6	

I. Regenfälle mit großen Geschwindigkeiten des aufsteigenden Luftstroms veranlassen bei großer Intensität positiven, bei geringer Intensität negativen Elektrizitätstransport zum Erdboden. Schneefälle geben umgekehrt bei großer Intensität negativen, bei geringer Intensität positiven Elektrizitätstransport zum Erdboden. (Tabelle I.)

II. Bei Regen sowohl wie bei Schnee nehmen die Volumenladungen mit zunehmender Niederschlagsintensität ab. Bei Regen sind aber die negativen Ladungen stets größer, bei Schnee die positiven. (Tabelle II.)

III. Bei Regen ist bei kleinen Einheitsladungen das positive Vorzeichen häufiger, bei großen Einheitsladungen das negative, bei Schnee umgekehrt. Also in beiden Aggregatzuständen ist

1) Abh. des Kgl. Preuß. Met. Inst., Bd. IV, Nr. 10.

2) Sämtliche Regenfälle, bei denen elektrische Entladungen beobachtet worden sind.

3) Sämtliche Regenfälle mit Stromstärken $> 50 \cdot 10^{-15}$ Amp., aber ohne elektrische Entladung.

Tabelle II. Ladung der Volumeneinheit und Niederschlagsintensität.

a) Regen.

Sämtliche Regenfälle.

Intensität $\frac{ccm}{2\,Min.}$	0—1	1—3	2—3	3—5	5—10	10—20	> 20	Mittel [1]
Volumenladung +	1,78 (108)	0,53 (96)	0,47 (78)	0,37 (81)	0,54 (56)	0,18 (42)	0,1 (13)	+0,52 Einh.
Volumenladung −	4,30 (43)	1,46 (38)	1,17 (24)	0,76 (25)	0,54 (22)	0,21 (16)	0,1 (8)	−1,09 ccm

Gewitterregen.

Volumenladung +	2,19 (15)	2,32 (7)	1,06 (7)	1,84 (6)	2,12 (7)	0,3 (12)	0,1 (3)	+1,51 Einh.
Volumenladung −	5,49 (20)	3,32 (5)	2,58 (3)	1,95 (3)	0,6 (3)	0,2 (6)	0,1 (5)	−3,19 ccm

b) Schnee.

Volumenladung +	1,60 (21)	0,85 (17)	0,40 (15)	1,17 (8)	0,66 (8)	0,4 (2)	—	+0,98 Einh.
Volumenladung −	0,86 (15)	0,47 (46)	0,32 (27)	0,52 (30)	0,33 (8)	0,8 (4)	0,1 (1)	−0,49 ccm

(In Klammern die Anzahl der Beobachtungen.)

Tabelle III. Ladung der Volumeneinheit und Häufigkeit der beiden Vorzeichen.

		0,1—0,5	0,5—1,0	1—2	2—4	> 4	
Verhältnis der Häufigkeit der beiden Vorzeichen $\frac{+}{-}$	a) Regen	6,2	2,7	1,3	1,2	0,7	el.-stat. Einh.
	b) Schnee	0,4	0,4	0,7	1,9		ccm

die Tendenz vorhanden, die normale Stromrichtung durch höhere Einheitsladungen des entgegengesetzten Vorzeichens wieder auszugleichen. (Tabelle III.)

Hiernach bin ich wohl berechtigt, für die Elektrizität des Regens und des Schnees eine im Wesen gleiche Ursache zu suchen, und die Simpsonsche Theorie, welche nur auf den flüssigen Aggregatzustand anwendbar ist, für unbefriedigend zu halten. Es gibt auch Blitzentladungen bei Schneefällen, und bei denen kann von einem in der Höhe sich abspielenden Wasserfalleffekt nicht die Rede sein. Herr Simpson will seine Theorie „erweitern", um die Schneeelektrizität zu erklären. Es ist mir nicht klar, wie der für die Grenzflächen flüssiger und gasförmiger Körper geltende Lenardeffekt auf feste Körper „erweitert" werden soll. Das kommt doch wohl darauf hinaus, daß eine ganz neue Theorie aufgebaut werden soll, und in der Tat nimmt Herr Simpson zu „Reibungsvorgängen" seine Zuflucht: „es ist nicht unmöglich, daß die Reibung der Schneeflocken in einer Schneeböe ähnliche elektrische Wirkungen erzeugt, wie das Zerspritzen der Tropfen in einem gewöhnlichen Gewitter"[2]). Ich habe mit dem Potsdamer Beobachtungsmaterial gezeigt, daß man einen Unterschied zwischen „Gewitterelektrizität", „Landregenelektrizität" und „Schneeelektrizität" nicht machen kann. Die für Gewitterregen gesondert durchgeführte Betrachtung zeigt, daß hier nur graduelle Unterschiede bestehen, daß überall dieselben Gesetzmäßigkeiten vorkommen. Diese graduellen Unterschiede genügen aber vollkommen, um äußerlich so verschiedene Erscheinungen, wie Landregen und Gewitter, zu erklären. Es ist also nicht nötig, und von vornherein unzweckmäßig, für jede eine besondere Erklärung zu suchen, man muß demnach die Simpsonsche Gewittertheorie verlassen und allgemeiner gültige Vorstellungen in Anwendung bringen. Da liegt es nahe, an die von Elster und Geitel 1885 in Vorschlag gebrachten Influenzvorgänge zu denken, die von diesen Herren bei den Sitzungen der Luftelektrischen Kommission zu München im Mai 1912 erneut vertreten worden sind. Über den Mechanismus der Influenzierung im einzelnen sind verschiedene Auffassungen möglich, davon soll später die Rede sein.

Herr Simpson unternimmt es nun, aus den Potsdamer Gewitterbeobachtungen eine Bestätigung für seine Theorie herzuleiten. Es ist ohne weiteres zuzugeben, daß unter gewissen Voraussetzungen seine Theorie in manchen Punkten die Beobachtungen erklären kann, aber eine Influenztheorie vermag dies besser[1]). Ich möchte

1) Die größere Einheitsladung scheint immer den doppelten Wert zu haben. Vermutlich besteht hier ein Zusammenhang mit der von Defant gefundenen Tatsache, daß die Gewichte der größeren Tropfen stets Vielfache der kleineren sind.

2) Simpson, Meteor. Zeitschr. **30**, 238, 1913.

1) Über die von anderer Seite gemachten Einwände

nur daran erinnern, welche Schwierigkeiten Herrn Simpson die Erklärung der hohen negativen Ladungen bereitet, die man auf den Tropfen vorfindet. Nach dem Zerspritzen eines Tropfens ist die Wassermasse positiv geladen, die umgebende Luft enthält die äquivalente negative Ladung in Form von leicht beweglichen Trägern. Diese würden nun der Richtung des aufsteigenden Luftstroms entgegengesetzt in der Richtung des elektrischen Feldes sich bewegen, sie sollen aber von den kleinen Tröpfchen adsorbiert werden, dadurch ihre Beweglichkeit verlieren und emporgetragen werden. Nach den Versuchen von Seeliger[1]) werden nur 0,5 Proz. aller im Fallraum eines Tropfens befindlichen negativen Ionen adsorbiert, nach den neueren Versuchen von Lehnhardt[2]) 6 Proz.; und wenn der Tropfen einmal geladen ist, so hört die Adsorption auf. Herr Simpson sieht sich daher genötigt, die Ladungen zu konzentrieren, dadurch, daß er die negativen Wolken abseits vom Gewitter zum Teil verdampfen läßt. Warum die Wolke dann überhaupt noch abregnet, ist nicht einzusehen. Die starken negativen Ladungen treten aber keineswegs von den übrigen abgesondert auf, sondern wechseln mitten im Gewitter mit den positiven in bunter Reihenfolge ab.

Ich möchte mich nunmehr den von Herrn Simpson angeführten Beweispunkten zuwenden:

a) Von den „Gewitterniederschlägen" herabgebrachter Überschuß an positiver Elektrizität. Es ist nicht ohne weiteres klar, daß auch feste Niederschläge hier berücksichtigt werden müssen, da mit ihrem Auftreten sofort andere physikalische Verhältnisse gegeben sind[3]). Ein Hagel- oder Graupelkorn — die Mehrzahl, nämlich 14, der Beobachtungen betrifft Graupeln, Hagel ist nur in 6 Fällen verzeichnet worden — kann doch nicht zerspritzen und sich dadurch positiv aufladen. Man müßte nach der Simpsonschen Theorie negative Graupelkörner erwarten, da die stärkste Unterkühlung bei den sehr hoch emporgetragenen negativen Tröpfchen vorhanden ist, aus denen ein Graupelkorn zusammengesetzt ist. Graupelfall ist auch keine Erscheinung, welche „praktisch immer von Donner und Blitz begleitet ist", sondern eine typische Böenerscheinung. Herr Simpson versucht nun die in geringer Anzahl vorhandenen Beobachtungen für Hagel und Graupeln mit denen für Gewitterregen zu kombinieren und dadurch einen positiven Überschuß herauszurechnen, wobei er die nicht gerade beweiskräftige Zahl $e_+ : e_- = 1{,}15$ erhält, an Stelle des aus dem Gewitterregen allein sich ergebenden Faktors 1,0, der die völlige Gleichwertigkeit der beiden Vorzeichen veranschaulicht, die für einen Influenzvorgang charakteristisch ist. Ich habe in meiner Arbeit die Stromrichtung bei verschiedenen Stromstärken untersucht, weil bei den größeren Stromstärken durch die teilweise verloren gegangenen Messungen eine große Unsicherheit entsteht. Es lag mir nur daran, die allgemeine Tendenz dieser Zahlen mit wachsender Stromstärke zu zeigen. Ich möchte mich dagegen verwahren, daß mit diesen Zahlen wie mit gegebenen Rechengrößen operiert wird, wie es von seiten des Herrn Simpson geschieht. Ferner ist es ungerechtfertigt, bei der Berücksichtigung der verloren gegangenen Messungen diejenigen, bei denen das Elektrometer auf unempfindlich geschaltet war, mit den übrigen für gleichwertig zu erklären.

Endlich sind natürlich sämtliche Gewitterregen in den Zahlen berücksichtigt, es sind nicht etwa die schweren Regenfälle fortgelassen worden[1]). Daß in Potsdam keine Tropengewitter niedergehen, ist ohne weiteres zuzugeben. Aber Herr Simpson tut gut, auf die schweren Regen nicht allzuviel Gewicht zu legen, es ist doch wohl die Gefahr vorhanden, daß bei ihnen eine Fälschung der Messung durch den Wasserfalleffekt beim Auftreffen der Tropfen auf die Gefäßwände herbeigeführt wird.

Starke negative Ströme kommen nicht so häufig vor wie starke positive (vgl. Tabelle B des Herrn Simpson, S. 1058). In Potsdam stellt sich die Sache anders dar:

	1—5	6—10	11—20	21—50	51—100	> 100 Amp. $\cdot 10^{-15}$
Anzahl der positiven Zeiträume / Anzahl der negativen Zeiträume	1,3	1,3	1,0	1,0	0,9	0,9

Also eher eine Abnahme der positiven Ströme.

b—e) Diese Sätze haben sich in Potsdam ebenfalls bewahrheitet, und Herr Simpson führt meine oben für Regen gegebenen Zahlen als Beweis für seine Theorie an. Diese Beweisführung erscheint in einem etwas merkwürdigen

siehe Wegener, Thermodynamik der Atmosphäre, S. 260; Alt, Meteorol. Zeitschr. **27**, 274—277, 1910; Aganin, Meteorol. Zeitschr. 29, 171, 1912.

1) Seeliger, Ann. d. Phys. **31**, 500, 1910; **33**, 431, 1910.

2) Lehnhardt, Ann. d. Phys. **42**, 45, 1913.

3) Dies geht schon aus den großen Ladungen der Volumeneinheit bei Hagel und Graupeln hervor. Nach der Theorie des Herrn Simpson müßten sie nach Punkt a) gerade klein sein. Die Fälle, in denen Hagelkörner in geschmolzenem Zustande am Erdboden ankommen, sind natürlich in meinen Zahlen enthalten.

1) Nur hat sich eine geringe Anzahl von Volumladungen für die Tabelle II berechnen lassen.

Licht, wenn man die entsprechenden Daten für Schnee dagegen hält, auf welche die Theorie des Herrn Simpson nicht angewandt werden kann.

Bezüglich meiner auf S. 26 gegebenen Einteilung der Regenfälle in Landregen, Gewitterregen und Böenregen muß ich bemerken, daß diese nach meteorologischen Gesichtspunkten geschah, um die elektrischen Eigenschaften des betreffenden Typus kenntlich zu machen, und daß hier nur eine Anzahl besonders typischer Fälle gegeben wurde. Bei der Auszählung der Gewitterregen war kein Zweifel möglich, auch Landregen lassen sich gut definieren. Der übrig bleibende Rest sind natürlich Böenregen, die sich meteorologisch aber schwierig kennzeichnen lassen, weswegen eine ganze Anzahl unberücksichtigt bleiben mußte. Es gilt also die Gleichung: Gesamtheit aller Regenfälle = Landregen + Gewitterregen + Böenregen + Regenfälle zweifelhaften Charakters. Es kam nun darauf an, zu zeigen, daß zwischen der meteorologischen und der später benutzten elektrischen Definition der Böenregen, die ganz objektiv ist, kein Widerspruch bestände. In Tabelle I kommt der im Vergleich mit den Gewitterregen überwiegende negative Elektrizitätstransport durch Böen deutlich zum Ausdruck.

Zum Schluß kommt Herr Simpson auf das Gesamtergebnis der Potsdamer Registrierungen zurück, obwohl dies für seine Gewittertheorie nicht in Frage kommen sollte, und sucht auch hier einen größeren positiven Überschuß zu errechnen, als ich vermute. Der Streit über verloren gegangene Messungen ist müßig, ich berufe mich deswegen an diesem Orte nur auf Zahlen, die ich aus den Potsdamer Messungen mit Sicherheit ableiten konnte. Die Frage nach der überwiegenden Stromrichtung erscheint in der richtigen Beleuchtung, sobald man die Verteilung der beiden Vorzeichen in den einzelnen Jahreszeiten betrachtet:

	im Frühjahr	Sommer	Herbst	Winter
Anteil des positiven Vorzeichens an der gesamten Elektrizitätsmenge	50	54	62	71 Proz.
Mittlere Ladung (aus der gesamten Niederschlagsmenge berechnet)	0,28	0,12	0,11	0,19 $\frac{\text{Einh.}}{\text{ccm}}$

Also im Frühjahr und Sommer, wo die aufsteigenden Luftströme am intensivsten und die Niederschläge am stärksten elektrisch sind, ist der geringste positive Überschuß vorhanden, und trotz der negativen Schneeladungen ist — infolge der Landregen — im Herbst und Winter der Elektrizitätstransport positiv.

Es möge nunmehr die theoretische Seite der Sache erörtert werden. Wie gesagt, habe ich auf Grund der in Tabelle I—III gegebenen Zahlen geschlossen, daß die Elektrisierung des Regens sowohl wie des Schnees durch einen Influenzvorgang im normalen Felde der Erde geschehe. Über den Mechanismus des Vorgangs im einzelnen kann noch nichts ausgesagt werden, ich bin mit Herrn Simpson der Ansicht, daß zunächst das Laboratoriumsexperiment ein entscheidendes Wort reden müsse. Es sind nach Elster und Geitel drei Möglichkeiten der Influenzierung denkbar:

1. das Zerspritzen der Tropfen,
2. das Gleiten der Tropfen (oder Schneekristalle), der kleinere Tropfen gleitet an dem größeren herum und verläßt ihn an dessen Oberseite,
3. der kleine Tropfen prallt an der Unterseite des großen Tropfens ab.

2 und 3 setzen voraus, daß zwischen den Tropfen bei ihrer Berührung elektrische Leitung ohne mechanische Vereinigung stattfinden kann.

1. Das Zerspritzen der Tropfen findet in einer Gewitterwolke wohl kaum jemals in einer so regelmäßigen Weise statt, wie sie Lenard bei seinen Experimenten beobachtet hat und Herr Simpson bei seinen Berechnungen voraussetzt, da man keinen Luftstrom von konstanter Richtung und Geschwindigkeit annehmen darf, welcher der Schwerkraft entgegengesetzt wirkt. Vielmehr wird durch die horizontal gerichtete Komponente der Luftbewegung eine unsymmetrische Ausbildung der im Innern des Tropfens entstehenden Wirbelbewegung hervorgerufen werden. Sehr oft wird das Zerspritzen auch durch Zusammenstöße mit anderen Tropfen ausgelöst werden, wobei die ganze Wassermasse in vertikaler Richtung gestreckt wird und für die Influenzierung sehr günstige Umstände geschaffen werden. Die größere, nach unten voraneilende Wassermasse wird positiv, die kleinere, nachbleibende negativ elektrisch[1]).

2. liefert dieselbe Verteilung wie 1, also eine größere Oberflächendichte der negativen Elektrizität, sobald man eine Veränderung der Tropfengröße nach der Elektrisierung durch

1) Während die Simpsonsche Theorie eine Geschwindigkeit des aufsteigenden Stromes von 8 m pro Sek. braucht, kommt man bei der Influenztheorie mit geringeren Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen den Tropfen aus und kann auch Landregen ohne weiteres erklären.

Verdampfen oder Kondensation nicht annimmt. Unter der Voraussetzung, daß die großen, am Erdboden ankommenden Regenintensitäten den großen Tropfenradien entsprechen, erhält man die Stromrichtungen der Tabelle I. Von 1 und 2 ist in meiner Arbeit die Rede, die Schlußfolgerungen, die ich gezogen habe, sind also keineswegs „sonderbar".

3. Im Fall, daß die großen Tropfen schon stark von der Kugelgestalt abweichen, ist die Vorstellung 2 nicht mehr haltbar, vielmehr findet dann nach Elster und Geitel ein Abspringen der kleinen Tropfen von der Unterseite der großen statt, wobei die entgegengesetzte Elektrisierung erzielt wird. Auf diese Weise erhält man in jedem Falle eine Verstärkung des schon bestehenden Feldes, eine Selbsterregung der Wolke. Mit dieser Vorstellung scheinen die Beobachtungsergebnisse im Widerspruch zu stehen. Aber nur unter der bisher gemachten Voraussetzung, daß die unten ankommenden großen Regenintensitäten den großen in der Höhe befindlichen Tropfenradien entsprechen. Daß diese Voraussetzung, die auch Herr Simpson macht, zutrifft, ist nicht bewiesen. Im allgemeinen wird man nur vermuten können, daß verschiedene Tropfenradien auch verschiedene Regenintensitäten liefern. Es ist auch folgendes denkbar: Die großen Tropfen werden in einer gewissen Höhe schwebend erhalten, welche nicht weit oberhalb des Kondensationsniveaus liegt. Beim Herabsinken verdampfen sie, beim Emporsteigen kondensieren sie Wasser, werden also auf konstanter Größe erhalten. Die kleinen Tröpfchen gehen dagegen in großer Zahl an ihnen vorbei und werden beim Emporsteigen erheblich an Größe wachsen. Sie liefern dann die großen Regenintensitäten und die geringen positiven Volumladungen. Die verschiedenen Regentypen charakterisieren sich dann wie folgt:

Starker aufsteigender Strom:

1. Gewitterregen $e_+ : e_- = 1$, alle Tropfen regnen ab,
2. Böenregen $e_+ : e_- < 1$, die positiven Tropfen regnen nur zum Teil ab.

Schwacher aufsteigender Strom:

3. Landregen $e_+ : e_- > 1$, positive Tropfen in Überschuß, geringe Volumenladungen, da weitgehende Vereinigung stattfindet.

Mit Hilfe dieser Vorstellung gelangt man auch zu einer Erklärung der großen positiven Volumladungen bei Schnee, denn hier sind nur die Vorstellungen 1 und 2 denkbar, nicht aber 3; die Vorzeichen müssen also umgekehrt werden.

Aber dies sind nur Vermutungen, und ich bin weit davon entfernt, zu glauben, daß die Elektrizität der Niederschläge damit erklärt sei. Ich erblicke den Wert der Influenztheorie vielmehr darin, daß sie eine weitere Fragestellung an Experiment und Beobachtung ermöglicht, während man mit der Simpsonschen Gewittertheorie angesichts der Potsdamer Messungen nicht weiter kommt, da sie die Vorgänge nicht restlos erklärt.

Potsdam, Meteorologisches Observatorium 12. November 1913.

(Eingegangen 14. November 1913)

Zu den Aufsätzen über Torsionswellenmodelle[1]).

Von H. Barkhausen.

1. Ich wurde vor längerer Zeit und kürzlich nochmals von anderer Seite darauf aufmerksam gemacht, daß schon W. Thomson im Jahre 1889[2]) ein gleiches Schwingungsmodell beschrieben hat. Ihm gebührt also der Prioritätsanspruch, — falls nicht jemand noch ältere Ansprüche geltend macht.

2. Wie eine private Aussprache mit Herrn Hausrath ergab, beruht seine Kritik[3]) an der von mir gewählten Ausführungsform auf einer mißverständlichen Auffassung meines Apparats in Bezug auf die Größenordnung der Schwingungsdauer.

1) H. Barkhausen, diese Zeitschr. **14**, 620 und 850; H. Hausrath, ebenda S. 1045.
2) W. Thomson, Popular lectures and addresses, vol. I, p. 155.
3) l. c.

Dresden, Institut für Schwachstromtechnik.

(Eingegangen 11. November 1913.)

ZUSAMMENFASSENDER BERICHT.

Bericht über die Tagung der British Association in Birmingham (10 bis 17. September.)

Von P. P. Ewald.

Die diesjährige Tagung, welche unter dem Vorsitz von Sir Oliver Lodge abgehalten wurde, war reich an interessanten Vorträgen und Diskussionen. In der physikalischen Abteilung stand ein Bericht und eine Diskussion über Strahlung auf dem Programm, zu der als Redner Prof. Jeans (als Referent), Prof. H. A. Lorentz, Sir J. Larmor, Prof. E. Pringsheim, Prof. Love aufgefordert waren. In der chemischen Abteilung war eine Diskussion über Radioaktivität (Soddy, Ramsay) und eine weitere über das Drehungsvermögen organischer Körper (Referent: Prof. Armstrong) angesetzt, in der Ingenieurabteilung schließlich Bericht und Diskussion über elastische Beanspruchung (combined stress). In der physikalischen Sektion wurde ferner während der Tagung beschlossen, daß ein Vortrag von W. H. Bragg über Kristalle und X-Strahlen seines außerordentlichen Interesses wegen vor der physikalischen und chemischen Abteilung wiederholt werden sollte. Nächst der Diskussion über Strahlung waren der Braggsche Vortrag sowie der Bericht von J. J. Thomson und F. W. Aston über X_3 und Metaneon die Hauptpunkte, auf welche das Interesse sich konzentrierte.

Eine Übersicht über die nicht referierten Vorträge der physikalischen Abteilung gibt die folgende Liste:

C. G. Barkla, Die Natur der X-Strahlen (Sammelreferat).

H. A. Lorentz, Die Beziehung zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit.

S. B. McLaren, Theorie des Magnetismus.

E. Pringsheim, Theorie der Lumineszenz (vgl. diese Zeitschr. **14**, 129, 1913).

Sir J. Larmor, Blitz und Blitzschutz.

J. F. Forrest, Der elektrische Bogen als Normallichtquelle.

R. W. Wood, Resonanzspektren bei hoher Dispersion (vgl. diese Zeitschr. **14**, 1189, 1913).

J. H. Poynting, Die Torsion von Gummi.

G. A. Shakespear, Der Luftwiderstand fallender Kugeln.

J. S. Anderson, Eine neue Methode zur Zündung von Quecksilberbogenlampen.

W. H. F. Murdoch, Magnetisches Suszeptibilimeter.

J. J. Shaw, Vorführung eines Seismographen.

W. H. Eccles, Einige Experimente über den Kontakt von elektrischen Leitern.

H. B. Keene, Der Durchgang von X-Strahlen durch Metalle (diese Zeitschr. **14**, 903, 1913).

J. H. Jeans: Bericht über den Stand der Strahlungstheorie.

Die Strahlungstheorie läßt sich von zwei Ausgangspunkten aus betreiben. Die eine Möglichkeit besteht darin, auf den Mechanismus der Strahlung zurückzugehen und aus dessen als bekannt angenommenen Gesetzen die Strahlungsformel abzuleiten. Dies führte unter Zugrundelegung der Mechanik stets zu dem Rayleighschen Strahlungsgesetz. Daher zieht man heute den umgekehrten Weg vor: die Strahlungsformel als bekannt hinzunehmen und aus ihr Schlüsse auf den Mechanismus zu ziehen, der das Strahlungsgleichgewicht hervorbringt. Um für die Diskussion eine Grundlage zu schaffen, soll hier von ganz sichergestellten Tatsachen ausgegangen werden.

Stellen wir drei Medien gegenüber, in denen Wellen sich fortpflanzen können: ein Gas, den Äther und einen festen Körper. Dann lehrt eine Rechnung, welche nichts weiter benutzt als die anerkannten Gesetze für Wellenfortpflanzung, daß die Anzahl von Wellen (Eigenschwingungen), deren Wellenlänge im Bereich $d\lambda$ liegt, pro Volumeinheit des Mediums

$$\begin{aligned} &\text{beim Gas} && 4\pi\lambda^{-4}d\lambda \\ &\text{beim Äther} && 8\pi\lambda^{-4}d\lambda \\ &\text{beim Körper} && 12\pi\lambda^{-4}d\lambda \end{aligned}$$

ist. Beim Gas hat man sich dabei die Bewegung des einzelnen Moleküls durch eine Reihe von Schallwellen (Eigenschwingungen des Gasraums) hervorgebracht zu denken. Andrerseits kennt man beim Gase die Geschwindigkeitsverteilung nach Maxwell und kann daraus den wahrscheinlichen Zustand des Gases nach Eigenschwingungen entwickeln. Man findet so für die Energie der Wellen im Bereich $d\lambda$

$$4\pi\lambda^{-4}RT\,d\lambda,$$

wo R die Gaskonstante, T die Temperatur ist.

Daher kommt beim Gas auf eine Schwingung die Energie RT, unabhängig von der Wellenlänge.

Anders ist es in den beiden Fällen des Äthers und des festen Körpers, wenn wir von den experimentell gegebenen Gesetzen der Strahlung und der spezifischen Wärme ausgehen. Für den Äther finden wir die Energie

$$8\pi\lambda^{-4}d\lambda \cdot RT\frac{x}{e^x-1}, \text{ wo } x=\frac{h\nu}{RT},$$

für den festen Körper (Debye)

$$12\pi\lambda^{-4}d\lambda \cdot RT\frac{x}{e^x-1}.$$

In beiden Fällen besagt das experimentelle Resultat, daß auf eine Eigenschwingung die Energie

$$RT\frac{x}{e^x-1}$$

entfällt, also ein anderer Betrag als aus der klassischen Mechanik folgt. Man erhält diesen Betrag in bekannter Art durch Plancks Hypothese der unstetigen Energiezuteilung.

Inwieweit ist diese Zuteilung der Energie durch die Experimente eindeutig bestimmt? Welchen Einfluß haben experimentelle Fehler oder Abweichungen zwischen der experimentellen Kurve und ihrer Darstellung durch die Formel? Diese Fragen sind von Poincaré[1]) eingehend untersucht worden, mit dem Resultat, daß die unstetige Energieverteilung schon durch den Charakter der experimentellen Kurve gefordert wird — und zwar eindeutig — und daß geringe Fehler in dieser Kurve auf die unstetige Art der Energieverteilung keinen Einfluß haben. Denn es folgt aus jeder Annahme einer stetigen Energieverteilung, daß die Energie der kurzen Wellen nicht schnell genug abnimmt, als daß für die Gesamtenergie ein endlicher Wert entstünde. Den Ausführungen Poincarés liegen zwei Annahmen zu Grunde: erstens, daß die Energieverteilung für den Äther die gleiche sei wie für den festen Körper — eine Annahme, die inzwischen durch Debyes Arbeiten bestätigt worden ist, — und zweitens daß es sich um einen Gleichgewichtszustand zwischen Äther und Materie handelt.

Um ein rechtes Bild von der Bedeutung der Unstetigkeit zu erhalten, muß man die Größe des Elementenquantums berücksichtigen. Nehmen wir als Frequenz ν in der Gleichung $\varepsilon = h\nu$ die des gelben Lichtes, so wird ε etwa 3 mal so groß wie die Energie eines Gasmoleküls bei gewöhnlicher Temperatur. Durch die Aufnahme eines Quantums würde dem Molekül so viel Energie zugeführt werden, wie durch einen Stoß, der die Geschwindigkeit fast verdoppelt.

An Anwendungen der Quantentheorie sei nur weniges erwähnt:

1. Lichtelektrischer Effekt.

Setzt man hier $h\nu = \varepsilon = \frac{m}{2}v^2 + eV_0$, so bedeutet dies, daß die Energie ε, welche aus dem auffallenden Licht absorbiert wird, teils zur Überwindung des Austrittspotentials aus dem Metall gebraucht wird, teils als kinetische Energie der ausgesandten Elektronen zum Vorschein kommt. Berechnet man aus den gefundenen Werten von v und V_0 das Wirkungsquantum h, so fällt dies um etwa 5 Proz. zu klein aus; dies macht es wahrscheinlich, daß ein kleiner Teil der absorbierten Energie im Atom zurückbleibt.

2. Aussendung der „charakteristischen" X-Strahlen.

Es wird gefunden, daß die „charakteristische" X-Strahlung eines Elements nur durch genügend schnelle Kathodenstrahlen erregt wird. (Whiddington).

Es falle in der Tat auf die Antikathode ein Elektron von der Geschwindigkeit v auf; dann läßt sich im Sinne der Quantentheorie die Forderung stellen, daß seine Energie mindestens so groß sei, wie die der charakteristischen Frequenz ν_0 entsprechende Energie:

$$\frac{m}{2}v^2 > h\cdot\nu_0.$$

Ist die Geschwindigkeit zu klein, so wird die charakteristische Strahlung überhaupt nicht angeregt.

3. Bohrs Atommodell.

Bohr ergänzt das Rutherfordsche Atommodell durch zwei Bedingungen: 1. die Elektronen sollen nur Kreisbahnen beschreiben; 2. der Drehimpuls der Elektronen ändert sich sprungweise um Beträge $\frac{h}{2\pi}$. Hieraus folgt, daß es nur gewisse Bahnen für die Elektronen gibt und dementsprechend nur gewisse Werte für ihre Energie, nämlich

$$W = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{\tau^2 h^2},$$

wo τ ganzzahlig, m Masse, e Ladung des Elektrons, E die positive Zentralladung.

Die Ausstrahlung der Spektrallinien geschieht nach Bohr während des Übergangs von einer Bahn zur andern. Hierbei ändert sich die Energie des Elektrons um

$$\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2}\left(\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau_2^2}\right)$$

und dies wird gleich $h\nu$ gesetzt, um v zu bestimmen. Dabei muß es sofort auffallen, daß sich für die Frequenzen eines Atoms ein Gesetz von der Form

$$\nu = f(\tau_1) - f(\tau_2)$$

ergibt, und daß dies bekanntlich die allgemeine Form der Seriengesetze ist.

1) und von Ehrenfest. (Anm. des Referenten.)

Der numerische Wert der Konstanten

$$R = \frac{2\pi^2 e^2 E^2 m}{h^3}$$

ist für Wasserstoff ($E = e$) $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$, der bisher beste Wert der Konstanten in der Balmerschen Formel nach Rydberg $R = 3{,}26 \cdot 10^{15}$. Die Balmersche Serie entsteht aus der obigen Formel, wenn $\tau_1 = 2$ gesetzt wird:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\tau_2^2}\right).$$

Mit $\tau_1 = 3$ entsteht die Paschensche ultrarote Wasserstoffserie, mit anderen Werten von τ erhält man Serien, die nicht beobachtet sind. In ähnlicher Weise läßt sich das Rutherfordsche Modell des Heliumatoms dazu benutzen die Heliumserien zu erhalten.

Trotz dieser und anderer großer Erfolge der Anwendung der Quantenvorstellung auf das Rutherfordsche Modell läßt sich nicht leugnen, daß viele Punkte dunkel bleiben und sich viele Fragen erheben, z. B. nach der spezifischen Wärme solcher Atome, nach der Kohärenz der ausgesandten Strahlung usw.

Die Schwierigkeiten sind sehr groß, wenn man die alten Ansichten mit den neuen Forderungen vereinen will. Es stellt sich sogar die Frage ein: ob die Maxwellschen Gleichungen überhaupt für die natürliche Strahlung gelten. Lassen wir eine geladene Kugel auf einem Kreise umlaufen, so sind wir überzeugt, ihr Feld nach Maxwell richtig zu berechnen, und zwar auch für kleine Abmessungen des ganzen Prozesses. Aber gibt solch ein Modell überhaupt ein Feld, das die wesentlichen Eigenschaften mit der schwarzen Strahlung teilt?

Oder stellen wir uns einen spiegelnden Kasten vor, in dem ein Elektron umherfliegt. Wir berechnen nach Maxwell das Feld, das als Summe von Eigenschwingungen dargestellt werden kann. Die Statistik nötigt uns, jeder Eigenschwingung die Energie RT zuzuschreiben, das Experiment verlangt $RT \cdot \frac{x}{e^x - 1}$. Vielleicht ist die Energieverteilung falsch — und damit die Anwendung der Mechanik; vielleicht aber gelten die Maxwellschen Gleichungen nicht mehr — wo ist dann die Grenze ihrer Gültigkeit? Wir werden jedenfalls immer vor gleich große Schwierigkeiten geführt.

Als einzigen Beitrag zu diesen Fragen möchte ich mit aller Vorsicht die folgende numerische Übereinstimmung angeben, welche vielleicht darauf hinweist, daß die neue Konstante h mit der alten universellen Konstanten e der Elektronenladung zusammenhängt. Es ist nämlich mit großer Annäherung

$$\frac{h}{2\pi} = \frac{(4\pi e)^2}{c}$$

($c = 3 \cdot 10^{10}\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh.).

Ist h am Ende nichts anderes als das Auftreten der alten Einheit in neuem Gewande? Es wäre nicht undenkbar, daß die Größe der Elekronenladung und das Auftreten von h auf die gleiche Eigenschaft des Äthers zurückzuführen wären. Die Maxwellschen Gleichungen sind vielleicht nicht die eigentlichen Ätherglеichungen, sondern müssen durch Glieder ergänzt werden, die ihnen eine von den üblichen Gleichungen der Physik abweichende Gestalt aufprägen. Man könnte hoffen, durch die Ergänzung in den Grundgleichungen Raum zu schaffen für die Existenz der Elektronen. Dabei ist es denkbar, daß diese Glieder bei der Bildung der Wellengleichung

$$\Delta\varphi = a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

herausfallen, und auf diese Art der ganze Teil der Maxwellschen Theorie, der sich auf reinen Äther bezieht, erhalten bleibt; daß die neuen Glieder aber eine Rolle spielen, wenn es sich um die Wechselwirkung zwischen Äther und Ladungen handelt.

Diskussion.

H. A. Lorentz:

Auch ich glaube nicht, daß die Strahlungstheorie mit den alten Gesetzen zu vereinbaren ist, vielmehr sind Unstetigkeiten notwendig. Aber es ist die Frage, wo sie einzuschieben sind. Betrachten wir ein System im thermischen Gleichgewicht, so möchte ich seine Bestandteile anschreiben wie folgt:

Materie | Resonatoren | Äther,

(Ich schreibe Äther an und möchte Sie bitten, dies Wort durch das andere: Vakuum, zu ersetzen, wenn es Ihnen besser gefällt.) Unter „Materie" denke ich mir diejenigen Teile zusammengefaßt, die nicht auf elektrische Felder reagieren. Wo sitzt nun die Unstetigkeit?

Anfangs gab es Physiker, welche glaubten, die Energie sei innerhalb des Äthers wirklich in kleinen Bereichen konzentriert. Diese Anschauung hat aber ihre großen Schwierigkeiten, weil die Interferenzphänomene uns nötigen, diesen Bereichen ganz erhebliche Ausdehnung zuzumessen.

Wir werden also die Unstetigkeit nicht in die Energie selbst, sondern in den Energieaustausch zwischen den drei Bestandteilen des Systems legen. Die erste Stelle, an der der Sprung

liegen kann, ist zwischen Äther und Resonatoren. Hierbei stellen sich Schwierigkeiten ein, z. B. die zu große Akkumulationszeit beim lichtelektrischen Effekt. Überhaupt sieht man schwer ein, wie die durch ihre Ausbreitung im Äther weit zerstreute Energie eines Quantums plötzlich einem Resonator zurückgegeben werden kann. Man versuche darum, die Quanta in den Energieaustausch zwischen Resonatoren und Materie einzuschieben. Dann bleiben, was außerordentlich wichtig ist, die Maxwellschen Gleichungen und die Mechanik der Resonatoren erhalten. Hierzu ermutigt uns auch Plancks Erfolg, der bei der Aufstellung der grundlegenden Beziehung zwischen der Energie des Strahlungsfeldes und der Energie der Resonatoren an den alten Gesetzen festgehalten hat.

Für den unstetigen Energieübergang zwischen Materie und Resonatoren lassen sich Analogien anführen. Die Übertragung kann zum Beispiel ähnlich sein, wie zwischen den Atomen eines Gases und einem Diamantstück, auf das sie aufprallen. Bei niedriger Temperatur nimmt der Diamant kaum noch Energie aus dem Gase auf, obwohl er fortdauernd den Stößen der Atome ausgesetzt ist. In diesem Bilde spielen die Gasatome die Rolle der Materie, und die Diamantatome sind die Resonatoren, welche im unstetigen Energieaustausch mit der Materie stehen.

Auch an Atommodellen kann man versuchen, sich die unstetige Energieübertragung zwischen Materie und Resonatoren klar zu machen.

Es bleibt aber eine große Schwierigkeit bestehen, auch wenn die Quanten an dieser Stelle eingeschoben werden. An der Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen konnte dabei ja gerade festgehalten werden — und nun läßt sich zeigen, daß diese allein zum Rayleigh-Jeansschen Gesetze führen, wenn man die Bewegung der Elektronen in einer Metallplatte verfolgt. Denn welches auch der Mechanismus der elektrischen Leitung sei, sicher ist, daß sich Elektronen bewegen müssen, und daß sie beschleunigt werden. Dabei strahlen sie aus, und zwar ergibt sich das Rayleighsche Gesetz. Man kann sich nicht einmal damit trösten, daß die Strahlung sehr schwach sei, denn sie hat den richtigen Betrag der schwarzen Strahlung.

Vielleicht bleibt als Ausweg doch nur übrig, die Maxwellschen Gleichungen abzuändern, etwa derart, daß sie innerhalb der Ladungen nicht gelten. Aber dabei möchte ich nicht, wie Jeans, die Gleichungen so abändern, daß die Entstehung der Elektronen verständlich wird, sondern ich würde mich zunächst damit begnügen, die Elektronen als vorhanden hinzunehmen.

E. Pringsheim:

Aus den Darlegungen von Herrn Jeans ersehe ich zu meiner Freude, daß er die Ansicht aufgegeben hat, daß das Strahlungsgleichgewicht erst nach unendlich langer Zeit eintritt. Diese seine frühere Ansicht war für uns Experimentalphysiker ein Grund des Kummers, weil damit jede Messung beim thermischen Gleichgewicht unmöglich schien.

Ich möchte darlegen, wie ich mir die weitere experimentelle Arbeit am Strahlungsproblem denke. Die Hauptaufgabe ist dabei die genauere Bestimmung der Strahlungskonstanten, welche die Grundlage für so viele andere wichtige Konstanten der Molekularphysik bilden. Zwischen den Werten der verschiedenen Beobachter gibt es zurzeit Differenzen von mehreren Prozenten.

Außerdem wird man daran gehen, die Gültigkeit des Strahlungsgesetzes sowohl bei viel höheren, als bei niedrigeren Temperaturen und in einem größeren Wellenlängengebiet als bisher nachzuweisen. Die Untersuchung bei niedrigeren Temperaturen hat besonders große experimentelle Schwierigkeiten, muß aber durchgeführt werden.

Ferner wird man in Zukunft sich nicht auf schwarze Strahlung beschränken, sondern wird die Strahlung wirklicher Körper und auch Luminiszenz usw. den Untersuchungen über schwarze Strahlung angliedern. Den Anfang hierzu bilden die theoretischen Untersuchungen von Aschkinass und die neuen Versuche von O. Lummer.

N. Bohr:

Die Unterscheidung, welche Herr Lorentz zwischen Materie und Resonatoren vornimmt, ist mir nicht ganz klar und ist wohl auch unbestimmt. Vielleicht rührt ein Teil der Schwierigkeiten daher, daß die Resonatoren monochromatisch sind, wie bei Planck. Das Rutherfordsche Atommodell ist mit meinen Ergänzungen das Beispiel eines Resonators nicht linearen Charakters, wo die mit einer gewissen Frequenz auffallende Energie in Energie einer anderen Frequenz umgesetzt werden kann. Vielleicht ließe sich mit diesem Modell folgende genauere Erklärung der Ausdrücke Materie und Resonator geben: während ein Elektron sich auf seiner stationären Kreisbahn um den positiven Kern befindet und nicht strahlt, gehört das Atom der „Materie“ an. Ein „Resonator“ ist das Atom während der Übergangszeit von einer Kreisbahn zur andern, d. h. während der Zeit, in der es strahlt.

A. E. H. Love:

Die Aufnahme der Quantentheorie setzt mich in Erstaunen und ich habe mich ihr noch nicht anschließen können. Was wir über die Strah-

lungskurve sicher wissen, ist, daß die Gesamtstrahlung aller Wellenlängen endlich sein muß, und daß das Wiensche Verschiebungsgesetz befolgt werden muß. In den Ableitungen von Jeans und von Poincaré wird der Satz von der Gleichverteilung der Energie auf die Eigenschwingungen des Äthers angewandt. Das scheint mir von Anfang an sinnlos, weil es unendlich viele Freiheitsgrade gibt. Die Gesamtenergie stellt sich als unendliche Summe dar,

$$E = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots,$$

wo die u die Energien der einzelnen Eigenschwingungen sind. Diese Gesamtenergie kann ja nie endlich sein, wenn Gleichverteilung auf die Freiheitsgrade statthat.

Ich glaubte, einer der Hauptgründe für die Annahme der Quantentheorie sei die vorzügliche numerische Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Aber nach Herrn Pringsheims Darlegungen scheint sie gar nicht so besonders gut zu sein! Und wenn die experimentelle Kurve nicht sicher bekannt ist, so kann ich mir als Mathematiker nicht anders vorstellen, als daß es noch unzählige andere Formeln gibt, welche die Experimente ebensogut darstellen, wie die Plancksche Strahlungsformel. Vor kurzem hat z. B. Korn in der Physikal. Zeitschrift[1]) eine Strahlungsformel abgeleitet, welche mir in ebensoguter Übereinstimmung zu sein scheint, wie die Plancksche. Bei ihrer Ableitung wird an der alten Mechanik festgehalten.

Vielleicht ließe sich die richtige Strahlungsformel ähnlich ableiten, wie Lorentz die Rayleighsche Formel abgeleitet hat, nämlich durch Berechnung des von den Leitungselektronen eines Metalles hervorgebrachten Feldes. Hierbei müssen die Koeffizienten der Fourierzerlegung des Feldes, d. h. gewisse bestimmte Integrale ausgewertet werden. Herr Lorentz nimmt dabei als Entwicklungszeit eine Zeit T, die groß gegen die freie Flugzeit der Elektronen ist. Ich habe die analoge Rechnung durchgeführt, indem ich T von der Ordnung der freien Flugdauer wählte, welche ihrerseits groß gegen die Stoßdauer sein soll. Bei geeigneten Annahmen über die Art der Beschleunigung beim Stoße erhält man Strahlungsformeln, welche zwar nicht so gut sind wie die Plancksche, die aber immerhin den richtigen Charakter haben.

J. H. Jeans:

Über die Gleichverteilung der Energie möchte ich folgendes bemerken: Nehmen wir an, zur Zeit $t = 0$ sei der Zustand eines Systems von unendlich vielen Freiheitsgraden durch die ersten $10^{10^{10}}$ Eigenschwingungen und daher die Energie durch ebenso viele Glieder der Reihe

$$E = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots$$

gegeben. Dann folgt aus der Mechanik, daß die Wanderung der Energie in die höheren Eigenschwingungen so langsam geschieht, daß die Zeit, innerhalb deren ein merklicher Teil der Energie aus diesen Anfangsgliedern entnommen wird, von der Größenordnung $10^{10^{10}}$ Zeiteinheiten ist. Approximieren wir zuerst das unendliche System durch das endliche von $10^{10^{10}}$ Freiheitsgraden, so gilt die Gleichverteilung, ohne daß die Gesamtenergie unendlich wäre. Und wenn wir nun die übrigen Freiheitsgrade dazu nehmen, so ändern diese in absehbarer Zeit nichts an der Energieverteilung. In diesem Sinne gilt die Gleichverteilung.

Sir J. Larmor:

Auch ich bin ein Anhänger des alten und halte die Quantentheorie nur für eine wunderbare, aber provisorische Zusammenfassung der Tatsachen.

Bei der Ableitung der Gleichverteilung wird vorausgesetzt, daß die Gesamtenergie sich als Summe von Quadraten darstellen läßt. Dies ist in Systemen, in denen Ladungen sich bewegen, ebensowenig richtig, wie in Systemen wo die Berücksichtigung der Wechselwirkungen von Ladungen bei den Zusammenstößen nötig ist. Alle Versuche, das Strahlungsgesetz mit Hilfe der klassischen Methoden abzuleiten, führten auf das Rayleighsche Strahlungsgesetz.

Um zu Plancks Formel zu kommen, muß man wahre Materie mit in Rechnung ziehen und darf nicht von vollkommen spiegelnden Wänden sprechen. Ich selber habe versucht, die Formel abzuleiten, indem ich mir die Wände zwar spiegelnd aber bewegt dachte — und obwohl ich selbst nicht zum Ziel gelangt bin, halte ich diese Methode nicht für ganz aussichtslos.

J. J. Thomson:

Ich möchte mich dagegen wenden, daß Herr Jeans die Gleichverteilung der Energie aufrecht erhalten zu müssen glaubt. In der Tat hat er uns eben gesagt, daß die Energie eines Systems von unendlich vielen Freiheitsgraden während $10^{10^{10}}$ Jahren auf die $10^{10^{10}}$ Anfangsglieder beschränkt bleiben kann! Das nenne ich nicht Gleichverteilung!

Die wesentliche Schwierigkeit bei der Gleichverteilung scheint mir im sprungweisen Zunehmen der Anzahl der Freiheitsgrade zu liegen: eine vollkommen starre Kugel hat 6 Freiheitsgrade, läßt man aber beliebig geringe elastische Eigenschaften zu, so sind es deren unendlich viele.

Vielleicht kann die Vorstellung hier weiterhelfen, mit der man den Gang der spezifischen Wärme verstehen kann: daß zwischen den Ele-

1) Diese Zeitschr. **14**, 632, 1913.

menten des Körpers gewisse Bindungen bestehen und daß eine Temperatursteigerung ein Zerreißen dieser Bindungen bewirkt. Man kann mit dieser Vorstellung eine Theorie der spezifischen Wärme aufstellen, die auch quantitativ stimmt.

Im übrigen möchte ich an de Morgans Ausspruch erinnern, daß man keiner Wahrscheinlichkeitsbetrachtung trauen dürfe, die mehr als eine halbe Seite einnimmt.

H. A. Lorentz:

Prof. Love möchte aus der Forderung der Konvergenz der Gesamtenergie Schlüsse auf den Charakter der Strahlungsformel ziehen. Meiner Ansicht nach ist es aber gerade die Aufgabe der Strahlungstheorie, zu beweisen, daß die Energie endlich ist und sich einer stationären Verteilung hingibt. Auch der Beweis der Allgemeingültigkeit der Strahlungsformel gehört zu den Aufgaben der Theorie — und beides geschieht aufs beste durch die Quanten.

Die Zuversicht von Prof. Love, das richtige Strahlungsgesetz nach ähnlichen Methoden zu finden, wie J. J. Thomson und ich sie früher gebraucht haben, teile ich nicht. Wenn die Absorption der kurzen Wellen richtig berechnet wird, so wird für das Verhältnis von Emission zu Absorption sicherlich wieder das Rayleighsche Gesetz entstehen.

Zu Prof. J. J. Thomsons Theorie der spezifischen Wärme möchte ich bemerken, daß mir der schönste Punkt in der üblichen Theorie der spezifischen Wärme die direkte Verbindung der spezifischen Wärme mit den Reststrahlen zu sein scheint — und dieser unmittelbare Zusammenhang fehlt doch wohl bei Thomson.

Sir J. Larmors Ansicht, daß das Wirkungsquantum nur eine provisorische Zusammenfassung sei, kann ich nicht zustimmen, sondern ich glaube, daß für alle Veränderungen in der Materie h eine dauernde Rolle spielen wird.

Sir J. J. Thomson: X_3 und die Entwicklung von Helium.

Die Analyse[1]) eines sehr feinen Bündels von Kanalstrahlen durch parallele elektrische und magnetische Felder liefert eine äußerst empfindliche Methode, das Gewicht der Atome festzustellen, die an der Übermittlung der Kanalstrahlen beteiligt sind. Die Empfindlichkeit dieses Nachweises ist so groß, daß das in 1 cm³ Luft befindliche Helium sich deutlich ze[illegible]

1) Man vergleiche im Referat über die Mathematikerversammlung in Cambridge den Vortrag von Sir J. J. Thomson. Diese Zeitschr. 13, 1133, 1912.

Auf den Photogrammen sind Spuren von Atomen zu sehen, die man nicht erwartete. Herr Aston wird über die merkwürdige Linie berichten, die neben der Neonlinie auftrat. Ich selbst möchte über eine Linie sprechen, die einem Atom mit dem Gewicht 3 zugeschrieben werden muß, welches ich einstweilen X_3 nenne.

Haben wir es bei X_3 mit einem neuen Element zu tun, dessen Atomgewicht 3 ist, oder ist das nachgewiesene Teilchen ein Aggregat von drei Wasserstoffatomen? Diese Frage ganz zweifelsfrei zu entscheiden, ist mir nicht gelungen; ich neige aber zu der Ansicht — obwohl ich mir der Einwendungen der Chemiker wohl bewußt bin —, daß X_3 nichts anderes als H_3 sei. Es wird schwer sein, für diese Anschauung überzeugende Gründe beizubringen, denn für mich persönlich sind es viele Kleinigkeiten, die sich zu einem indirekten Beweis zusammenfügen.

Fast alle Substanzen geben bei der Beschießung mit Kathodenstrahlen X_3 ab. Es lassen sich aber zwei Klassen von Substanzen unterscheiden: solche, die in ihrem chemischen Aufbau Wasserstoff enthalten, und andere ohne H. Bei der ersten Klasse ist die Produktion von X_3 nicht einzuschränken, indem man den Körper sorgfältig (etwa durch Lösen und Auskristallisieren) von eingeschlossenem Gas befreit. Zu dieser Klasse gehören insbesondere die kristallwasserhaltigen und hygroskopischen Salze. Bei der zweiten Gruppe, der z. B. KJ angehört, wird die Ergiebigkeit an X_3 durch derartige Behandlung stark herabgesetzt. KOH ist die Substanz, deren Beschießung mit Kathodenstrahlen uns meistens das X_3 lieferte.

Über die chemischen Eigenschaften von X_3 scheint festzustehen, daß es sich unter dem Einfluß der elektrischen Entladung mit Quecksilber und mit Sauerstoff verbindet. Auch beim Überleiten über Kupferoxyd wird es gebunden.

Ein optisches Spektrum von X_3 ist nicht gefunden worden, auch wenn die vorhandene Wasserstoffmenge nach Möglichkeit durch Diffusion durch ein Palladiumröhrchen entfernt wurde. Es zeigten sich nur die Linien von H und O.

Außer über das Auftreten von X_3 möchte ich über die Helium- und Neonbildung sprechen, die wir ebenso wie Sir W. Ramsay und Collie und Patterson beobachtet haben. Der Unterschied zwischen Ramsays Interpretation und meiner eignen liegt darin, daß nach Ramsay das Helium durch Verwandlung des Gases der Entladungsröhre entsteht, während ich glaube, daß es durch die Beschießung mit den Kathodenstrahlen aus der festen Substanz erzeugt wird. Es gibt kaum Substanzen, die bei der Beschießung kein Helium abgeben. Auch hierbei zeigt sich — wie oben bei den X_3-produzieren-

den Stoffen, daß häufig eine Ansammlung der Gase in den Körpern stattgefunden hat, so daß die scheinbare Produktion durch Fortschaffen dieser Menge herabgesetzt wird. Es bleibt aber eine konstante Gasbildung übrig.

Die Heliumproduktion ist nicht allein durch die Beschießung mit Kathodenstrahlen hervorzurufen, sondern findet manchmal bei bloßem Erwärmen statt. Ich versuchte auch, ob die lichtelektrische Aussendung von Elektronen von einer Heliumproduktion begleitet sei und fand dies bestätigt. Hierzu wurde eine flüssige *Na-K*-Legierung genommen, um Gaseinschlüsse zu vermeiden. Es wurde übrigens festgestellt, daß die Heliumproduktion von Kalium nicht etwa durch dessen radioaktiven Zerfall erklärt werden kann.

Während Helium sowohl in Kalium wie in Lithium gefunden wird, zeigte sich Neon nur im ersteren.

Aston: Ein neues Element der Atmosphäre.

In den Kanalspektren war eine Linie gefunden worden, die dicht unter der Neonlinie lag und mit dieser zusammen auftrat, und die von einem Atom vom Gewichte 22 verursacht werden mußte (Neon hat das Atomgewicht 20). Es wurde an einer Menge von 100 cm^3 Neon versucht, den vermuteten schwereren Bestandteil durch fraktionierte Destillation abzusondern. Nach 3000 maliger Destillation wurde dies als vergebens erkannt. Die hierzu nötigen Dichtemessungen wurden mit einer Mikrowage angestellt, deren Hauptmerkmal ihre Kleinheit und das enge Anschließen des Gehäuses an den Schwimmkörper war. Die Empfindlichkeit mag 10^{-9} g betragen haben, und es ließen sich Dichtebestimmungen auf 0,1 Proz. genau ausführen.

Die vergleichende Dichtebestimmung geschah folgendermaßen: erst wurde Sauerstoff in das Gehäuse gebracht, und dessen Druck so reguliert, daß der Schwimmkörper im Gleichgewicht war. Dann geschah das gleiche mit dem zu messenden Gase. Die Drucke der Gase verhalten sich beim Gleichgewicht umgekehrt wie die Molekulargewichte.

Nach den fraktionierten Destillationen waren die Druckablesungen die gleichen wie vorher, nämlich etwa

121,00 cm für Neon,
76,35 cm für Sauerstoff.

Dies gibt die Dichte 20,19 für die Neonmischung. Es wurde nun die Diffusion durch Tonröhren zur Trennung der Bestandteile des Gases angewandt, und es gelang tatsächlich, das schwerere Gas, wenn auch nicht zu isolieren, so doch erheblich anzureichern. Dies zeigte sich daran, daß die Dichten der beiden Proben schließlich waren:

20,15 und 20,28.

Gleichzeitig war die „Metaneonlinie" im Kanalspektrum erheblich heller geworden im Vergleich zur Neonlinie, was auch auf eine Vermehrung der relativen Anzahl von Metaneonatomen hinweist.

Die Atomgewichte der beiden Gase sind nach der Lage der Parabeln genau:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Neon} & 19{,}9 \\ \text{Metaneon} & 22{,}1 \end{array}\right\} \pm 0{,}1 .$$

Daß Metaneon ein Element ist, schließt man aus der Parabel im Kanalspektrum: diese geht bis zum Nullpunkt, gelangt also an Orte, welche mehrfachen Ladungen des Atoms entsprechen. Nach Thomson kommt dies nur bei Elementen vor.

Diskussion.

Soddy: Herrn Astons bewundernswürdige Untersuchung ist in diesem Augenblick von größtem Interesse, wo die Einordnung der radioaktiven Zerfallsprodukte in das periodische System gelungen ist. Dort haben wir auch Elemente von ganz verschiedenem Atomgewicht und genau gleichen chemischen Eigenschaften, die einzig und allein durch Diffusion oder andere Methoden, welche nur die Verschiedenheit des Atomgewichts benutzen, getrennt werden können — was aber bisher noch nie geschehen ist. Hier haben wir das erste Beispiel für eine solche Trennung! Es wäre nun sehr interessant, zu erfahren, ob die optischen Spektra von Neon und Metaneon verschieden sind oder nicht. Bei den chemisch untrennbaren Zerfallsprodukten, wie Ionium und Thorium, ist die Identität der Spektren noch nicht bewiesen, ist aber m. E. zu erwarten.

Wenn Neon sich auch hat aufspalten lassen, von Helium möchte ich nicht das gleiche annehmen. Helium halte ich vielmehr für einen einheitlichen Baustein der anderen Elemente.

W. H. Bragg: *X*-Strahlen und Kristalle[1]).

Läßt man einen *X*-Strahl auf einen Kristall auffallen, so wird er von den aufeinanderfolgenden Netzebenen des Kristallgitters reflektiert. Ein Maximum an Intensität des reflektierten Strahles entsteht, wenn Wellenlänge λ, Reflexionswinkel ϑ und Abstand d benachbarter reflektierender Ebenen die Beziehung erfüllen

$$2\,d \cdot \cos\vartheta = n\lambda\,, \quad n \text{ ganzzahlig.}$$

Ist also d bekannt, so läßt sich aus Winkelmessungen die Wellenlänge der auffallenden Strahlung finden.

1) Siehe Proc. Roy. Soc. London Vol. **89**, Nr. 610.

Der Nachweis der Interferenzstrahlen geschah durch die Ionisierung, welche sie hervorriefen. Das Ionisierungsgefäß war auf einem Arm eines Spektrographen angebracht und mit SO_2 gefüllt, um eine recht starke Ionisierung zu erhalten. Der Kristall stand auf dem drehbaren Spektrographentischchen und der einfallende X-Strahl hatte die Richtung des festen Armes des Spektrographen.

— Die Reflexionsversuche ergaben, daß in der auffallenden Strahlung ganz bestimmte Wellenlängen von großer Intensität vorhanden waren (charakteristische oder Eigenstrahlung der Antikathode). Die Intensitätskurve des reflektierten Strahles wies schmale hohe Zacken bei solchen Winkeln auf, deren Kosinus sich wie $1:2:3\ldots$ verhalten.

Der Vergleich der Reflexion an verschiedenen Flächen des gleichen Kristalls ergab besonders interessante Resultate. Um eine möglichst monochromatische Strahlung auffallen zu lassen, wurde stets mit einer Rhodiumantikathode belichtet, nachdem gefunden worden war, daß das Rhodiumspektrum im wesentlichen aus einer intensiven Strahlung von der Wellenlänge $0{,}607 \cdot 10^{-8}$ cm besteht[1]). Es zeigte sich nun bei Aufnahmen am Diamant, daß nicht alle Beugungsspektra vorhanden waren, die man nach der obigen Formel erwartete. Vielmehr fanden sich z. B. an einer Aufnahme mit der Fläche $\{100\}$ die Spektren mit $n = 1, 2, 3$, bei der Aufnahme an $\{111\}$ aber nur solche, mit $n = 1, 3, 4, 5$ ($n = 2$ fällt aus).

Das Ausfallen des zweiten Spektrums bei der Reflexion an $\{111\}$ ist durch die Anordnung dieser Flächen zu erklären. Haben diese nämlich die Abstände wie in Fig. 1 (oben), so entstehen das erste, dritte und fünfte Spektrum durch gleichartiges Zusammenwirken der Schichten, im vierten Spektrum verstärken sich die Wirkungen maximal und im zweiten heben sie sich ganz auf, weil ein Phasenunterschied von $\lambda/2$ zwischen den engbenachbarten Lagen herrscht (vgl. Fig. 1 unten).

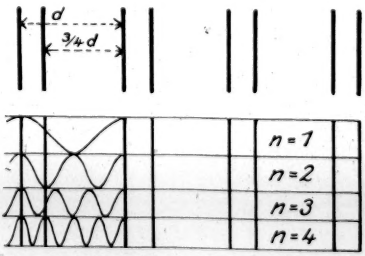
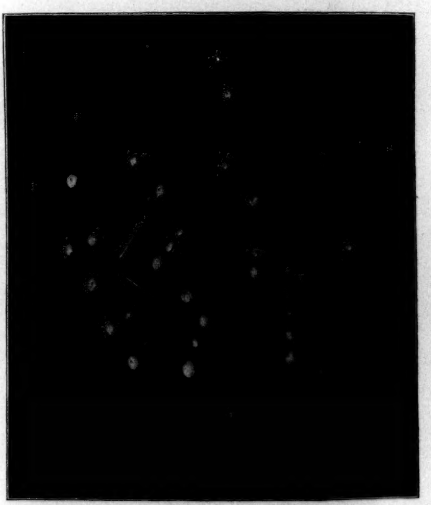


Fig. 1.

1) Gemessen unter Zugrundelegung des flächenzentrierten kubischen Gitters für $NaCl$, in welchem Na- und Cl-Atome abwechselnd in den Gitterpunkten liegen. Siehe W. L. Bragg, loc. cit.

Man erhält also durch den Vergleich der Aufnahmen an verschiedenen Flächen des Diamants ein eingehendes Bild über das Gitter des Körpers. Das hier aufgebaute Modell (Fig. 2) ist das Resultat der Messungen. Es besteht aus zwei Bravaisschen kubischen flächenzentrierten Gittern, die längs der Körperdiagonale eines Elementarwürfels derart ineinandergeschoben sind, daß die Diagonale geviertelt wird, analog den Ebenen in der obigen Figur. Wenn man nun die Verbindungen zwischen den Atomen nach Möglichkeit vereinfacht, zeigt sich, daß nur gleichlange Verbindungen übrigbleiben, die von jedem Atom nach 4 Nachbaratomen hingehen, und zwar ist die Richtung dieser Verbindungen die gleiche wie sie die Chemie den Valenzen



Die Aufnahme zeigt das Gitter gesehen in einer Richtung, die mit der zweizähligen Achse fast zusammenfällt. Die dreizählige Achse steht senkrecht. Rote und blaue Fäden[1]) verbinden im Modell Punkte, die dem gleichen Gitter angehören. Man erkennt die beiden ineinander gestellten Elementarwürfel; die obere Ecke des einen Würfels liegt im obersten Punkt des Modells, die untere Ecke des anderen Würfels in dem untersten Punkt senkrecht darunter. Die flächenzentrierenden Punkte der Elementarwürfel sind durch Umwicklung mit Fäden gezeichnet. Die Horizontalebenen durch die Gitterpunkte sind die Oktaederebenen $\{111\}$ mit ihren charakteristischen Abständen.

Fig. 2.

1) In der Reproduktion die längeren weißen bzw. schwarzen Linien.

des Kohlenstoffatoms beilegt (Ecken des regulären Tetraeders). Es sei wiederholt, daß dies Modell ohne jede theoretische Voreingenommenheit allein nach den zwingenden Ergebnissen der Experimente konstruiert worden ist.

Die Flächen $\langle 111 \rangle$ zeigen, wie am Modell sehr schön zu sehen ist, die Anordnung der Fig. 1. Der Abstand d ist dabei

$$d = 2{,}05 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Diamant ist deshalb im Aufbau besonders einfach, weil er nur eine Art von Atomen enthält. Auch bei vielen anderen regulär kristallisierenden Körpern ($NaCl$, ZnS, CaF_2, FeS_2) haben wir gefunden, daß das flächenzentrierte Raumgitter zugrunde liegt. Es ist nun besonders interessant, daß sich aus den Reflexionskurven auch Schlüsse darauf ziehen lassen, ob Moleküle oder Atome in den Punkten des Raumgitters liegen. Wenn nämlich oben gezeigt wurde, daß durch Einschieben reflektierender Ebenen gewisse Spektra fortfallen, so war dabei vorausgesetzt, daß die ursprünglich betrachteten und die eingeschobenen Ebenen gleich gut reflektieren. Ist aber das Reflexionsvermögen verschieden, so wird das betreffende Beugungsbild nur geschwächt, nicht völlig vernichtet werden. Bei den photographischen Aufnahmen der Interferenzen findet man nun, daß $NaCl$ ein Bild gibt, welches mit dem theoretisch zu erwartenden Bilde eines flächenzentrierten Gitters die größte Ähnlichkeit hat, während das Bild von KCl das eines gewöhnlichen kubischen Gitters ohne Zentrierung ist. Dies kommt daher, daß die Atome um so besser zurückstrahlen, je höher ihr Atomgewicht ist, so daß zwischen der Reflexion an Na-Flächen und Cl-Flächen ein erheblicher Unterschied, zwischen Cl-Flächen und K-Flächen aber nur sehr wenig Differenz ist. Daher ist das Gitter von KCl, obwohl aus verschiedenartigen Atomen bestehend, für die Interferenzerscheinung ebensogut wie das gewöhnliche kubische Gitter, das aus dem flächenzentrierten entstünde, wenn alle Atome gleich wären.

Der eigentliche Begriff des Moleküls existiert im Gitter nicht, indem z. B. ein Na-Atom in gleicher Weise zu 6 Cl-Atomen gehört. Auch Schwefel, Cuprit und viele andere Kristalle wurden untersucht und ihre Spektra konnten durch das gleiche Gitter erklärt werden. Bei anderen Stoffen hingegen genügt dies Gitter nicht und man wird einen anderen Aufbau zu Hilfe ziehen müssen. Doch sind diese Untersuchungen noch nicht abgeschlossen.

Sir J. J. Thomson: Die Struktur des Atoms.

Die Lehre von den Energiequanten legt es nahe, das Modell eines Atoms zu suchen, bei dem Aufnahme und Abgabe von Energie nach der Beziehung $\varepsilon = h\nu$ vor sich geht. Dabei darf man sich nicht scheuen, für das Innere des Atoms Gesetze aufzustellen, die durch die gewöhnlichen Gesetze der Elektrostatik nicht leicht zu begründen sind. Dem Atom werden zwei Kraftfelder beigelegt: eine abstoßende Kraft, welche radial ist und für alle Richtungen gleich abnehmend wie r^{-3} (r = Abstand vom Mittelpunkt). Zweitens eine anziehende Kraft, proportional r^{-2}, welche auf gewisse Richtungen und Kegel beschränkt ist.

Die abstoßende Kraft sei $C \cdot r^{-3}$, die anziehende $A \cdot r^{-2}$; es gibt dann eine Gleichgewichtslage in der Entfernung

$$a = C/A .$$

Das Gleichgewicht ist stabil und die Frequenz der Schwingungen um die Gleichgewichtslage ist für ein Teilchen mit der Ladung e und der Masse m:

$$2\pi n = \sqrt{\frac{C \cdot e}{m a^4}} .$$

Dies läßt sich mit der Arbeit $w = \frac{Ce}{2a^2}$ in Zusammenhang bringen, welche geleistet wird, wenn ein Elektron unter Einwirkung der Abstoßung aus der Entfernung a sich ins Unendliche bewegt. Es ist

$$w = \pi \sqrt{Cem} \cdot n ,$$

also die Arbeit proportional der Frequenz, wie es die Plancksche Gleichung will. Man wählt C so, daß

$$\pi \sqrt{C \cdot e \cdot m} = h$$

ist, und erhält mit den Werten von e und m für Elektronen

$$C = 10^{-17} .$$

Bei der Anwendung des Modells zur Erklärung von Vorgängen am Atom ist der Hauptpunkt der Potentialsprung, der auf der Kegelfläche stattfindet, die das Gebiet der Anziehung begrenzt. Setzen wir nämlich voraus, daß die anziehende Kraft konservativ sei, und denken wir uns für den Moment die Abstoßung fort, so kann ein Elektron auf zwei Arten aus der Entfernung a ins Unendliche geschafft werden: entweder es bleibt der Anziehung unterworfen, dann ist die Arbeit Ae/a zu leisten; oder es wird in der Entfernung a seitlich aus dem Kegelgebiet herausgeschoben und in diesem Fall muß der gleiche Arbeitsbetrag Ae/a bei Überschreitung der Grenze geleistet werden. Dieser Betrag ist aber wegen des besonderen Wertes von a gleich $Ce/a^2 = 2w$.

Beim photoelektrischen Effekt z. B. erhält das Elektron kinetische Energie aus dem Lichte. Ist seine Energie $2w$, so besteht die Möglich-

keit, daß es seitwärts aus dem Anziehungsgebiet hinauskommt und nun unter dem alleinigen Einfluß der Abstoßung eine Energie $w = hn$ erlangt, wie es Einsteins Gesetz verlangt.

Solange ein Elektron unter der Wirkung auffallender Strahlung um die Gleichgewichtslage schwingt, wird die Strahlung nur zerstreut. Eigentliche Absorption findet beim gänzlichen Hinausfliegen des Elektrons und daher quantenhaft statt.

Einen Wert für A erhält man aus Whiddingtons Angabe, daß die „charakteristische" X-Strahlung („K"-Strahlung) eines Elements vom Atomgewicht μ nur durch Kathodenstrahlung von mindestens $\mu \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ erregt wird. Stellt man sich nämlich vor, daß zur Anregung ein auffallendes Kathodenteilchen ein Elektron aus der Gleichgewichtslage verdrängen muß, um dann selbst unter Aussendung der K-Strahlung an seine Stelle einzurücken, so ist von dem Kathodenteilchen die Arbeit

$$A\,e/a = A^2 e/c$$

zu leisten. Indem man diese gleich der kinetischen Energie $^1/_2 m \cdot \mu^2 \cdot 10^{16}$ setzt, erhält man mit dem obigen Wert von C:

$$A = \mu \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-10}.$$

Die Anziehung A/r^2 ist also etwas kleiner, wie die durch μ Elektronen von der Ladung $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ hervorgebrachte.

Wenden wir dies auf Wasserstoff mit $A = e$ an, so finden wir für die Frequenz der „K"-X-Strahlen

$$n = 8{,}2 \cdot 10^{14}.$$

Dies ist eine im Ultravioletten gelegene Frequenz, welche merkwürdigerweise mit dem Ende der Balmer-Série für Wasserstoff zusammenfällt. Da Wasserstoff noch ein Spektrum aussendet, das kürzere Wellen hat als das Balmer-Spektrum, so möchte ich vermuten, daß die K-Strahlung noch nicht die härteste Art von Röntgeneigenstrahlung ist.

E. Rutherford, Die Struktur des Atoms.

Die Durchstrahlung von Metallfolien mit α-Strahlen liefert durch die dabei eintretende Streuung der α-Teilchen eine mächtige Handhabe, um das Innere des Atoms zu erforschen. Zwei Theorien suchen die Resultate der Experimente wiederzugeben: die Theorie von J. J. Thomson, welche auf dem alten Thomsonschen Atommodell beruht, und Rutherfords Theorie, welche ein eigenes Modell benutzt. Hiernach besteht das Atom aus einer positiven Ladung von sehr kleinen Dimensionen — einem positiven Kerne — und aus kompensierenden negativen Elektronen, welche auf das Atomvolumen (Durchmesser $= 10^{-8}$ cm) verteilt sind. Die Einführung des positiven Kernes ist nötig, um die Streuung durch große Winkel zu erklären, die am eingehendsten von Geiger und Marsden beobachtet worden ist. Die Ablenkung des α-Teils um einen großen Winkel geschieht bei einem einzigen „Zusammenstoß", nämlich dann, wenn das α-Teilchen dem Zentralkern sehr nahe kommt (einfache Streuung). Durch die den Kern umgebenden Elektronen wird eine derartige Ablenkung nicht bewirkt, sondern nur eine aus vielen kleinen Einzelablenkungen zusammengesetzte Streuung, welche andere Gesetze befolgt als die Streuung durch große Winkel (zusammengesetzte Streuung).

Durch die quantitativen Messungen von Geiger und Marsden ist festgestellt worden, daß die auf Grund des Rutherfordschen Modells abgeleiteten Gesetze wirklich gelten, und daß die Zentralladung den Betrag $-^1/_2 A e$ hat, wo A das Atomgewicht, e die Elektronenladung ist.

Um die einfachsten Atome zu erforschen, müssen Streuversuche an einfachen Gasen angestellt werden. Dies geschah kürzlich durch Rutherford und Nutall, welche Messungen an Wasserstoff, Helium, Methan, Kohlensäure und Schwefelwasserstoff ausführten. Wegen des geringen Betrages der Streuung ist es nicht möglich, einfache und zusammengesetzte Streuung hier ganz zu trennen, denn der Effekt konnte überhaupt nur bis zu Ablenkungswinkeln von $^1/_{10}$ Grad verfolgt werden. Die Experimente lehren aber, daß die Streuung der Hauptsache nach durch einmalige große Ablenkungen erfolgt.

Als Resultat der Versuche an leichten Gasen folgt, wie aus den Versuchen an den schweren Metallatomen, daß die Anzahl der Elementarladungen des positiven Kernes gleich der halben Atomgewichtszahl ist. Eine Ausnahme bildet Wasserstoff, wo der Kern aus einer Ladung besteht. Der Heliumkern trägt zwei Ladungen, wie es übrigens durch das Auftreten der Heliumatome als α-Teilchen mit zwei positiven Ladungen nahegelegt wird.

Diese Vorstellung des Wasserstoff- und Heliumatoms ist von Bohr in sehr interessanter Weise verwertet worden.

Von den kleineren Vorträgen dürften die folgenden von allgemeinerem Interesse sein.

G. A. Shakespear: Vergrößerung der Empfindlichkeit gewisser Meßinstrumente.

Jedes Instrument mit Spiegelablesung kann auf folgende Art etwa 1000 mal empfindlicher gemacht werden: man läßt am Spiegel das Bild

einer Nernstlampe statt auf eine Skala, auf den Spalt eines Radiomikrometers reflektieren, der die Breite des Bildes des Nernstfadens habe. Verschiebt sich das Bild nun, so daß es mehr oder weniger aus dem Spalt hinaustritt, so ändert sich die in das Instrument gelangende Lichtmenge und dies gibt sehr große Ausschläge des Radiomikrometers. Das Prinzip dieser Anordnung, die Mikrotropometer genannt wird, läßt sich wiederholt anwenden.

E. E. Fournier d'Albe: Die kleinste Lichtmenge, die durch Selen nachgewiesen werden kann.

Obwohl die Empfindlichkeit der lichtempfindlichen Zellen von Elster und Geitel sehr gesteigert worden ist, sind Selenzellen noch wirksamer, wenn es sich um kleine Lichtmengen handelt. Es ist möglich, durch direkte Beleuchtung einer Zelle mit dem Lichte der Venus Ströme von der Ordnung 10^{-9} Amp. zu erhalten; da 10^{-14} Amp. etwa die Grenze für Strommessung bedeutet, so ist es nicht aussichtslos, Sterne, die für das unbewaffnete Auge bereits zu lichtschwach sind, ohne jede optische Hilfe zu finden.

Die Existenz der Lichtquanten läßt sich mit Selenzellen noch nicht nachweisen. Das Auge hat die ersten Lichteindrücke, wenn es etwa 360 Quanten pro Sekunde empfängt; erst bei einem Instrument, das 1000 mal empfindlicher als das Auge ist, würden so starke Unregelmäßigkeiten auftreten, daß man die Quantentheorie daran nachprüfen könnte.

W. F. G. Swann: Der elektrische Widerstand dünner Metallschichten.

Wenn der spezifische Widerstand einer dünnen Metallschicht in Abhängigkeit von der Dicke (Niederschlagszeit) der Schicht aufgetragen wird, so findet man bekanntlich ein schnelles Anwachsen des Widerstands, wenn die Dicke der Schicht eine gewisse Grenze unterschreitet. Die Theorie bringt dies Anwachsen in Zusammenhang mit der freien Weglänge der Elektronen und läßt deshalb eine starke Temperaturabhängigkeit der kritischen Schichtdicke erwarten. Messungen an einer Reihe von Schichten, die durch Kathodenzerstäubung gewonnen waren, ergaben jedoch zwischen $+ 100^0$ C und $- 180^0$ C nur eine geringe Temperaturabhängigkeit dieses Punktes.

Zur Erklärung dieses Verhaltens mußte eine neue Theorie der elektrischen Leitung in dünnen Schichten aufgestellt werden. Diese geht von der Vorstellung aus, daß die Metallschichten nicht gleichmäßig niedergeschlagen werden, sondern daß sie eine granulöse Struktur haben, indem sie aus einzelnen Molekülgruppen bestehen, die durch größere Zwischenräume getrennt sind. Die Leitung von Gruppe zu Gruppe geschieht durch diejenigen Elektronen, die eine genügende Geschwindigkeit besitzen, um nach Durchdringung der Begrenzung einer Gruppe den Zwischenraum zur nächsten durchfliegen zu können. Diese Theorie gibt alle beobachteten Fälle wieder. Unter Umständen ergibt die Theorie Abweichungen vom Ohmschen Gesetze, die aber noch nicht nachgeprüft wurden.

J. S. Anderson: Eine neue Methode, Elektroden in Glas einzuschmelzen.

Die Methode bezieht sich auf das Kühlen der Einschmelzstelle. Nachdem der Draht in der üblichen Weise in das Glas eingeschmolzen ist, läßt man die Einschmelzstelle sich bis auf Rotglut abkühlen und taucht nun zur weiteren Kühlung das Stück wiederholt in ein Ölbad, indem man es bei jedem Eintauchen etwas tiefer in das Öl hineinhält. Jedes Eintauchen dauert etwa 2 oder 3 Sekunden.

Mittels dieser einfachen Methode gelingt es, Kupferdraht von $1^1/_2$ mm Stärke und dünne Metallrohre in böhmisches Glas einzuschmelzen, Metallrohre sind zur Leitung von Strömen über 15 Amp. besser als Drähte. Die Einschmelzstellen blieben auch bei mehrmonatlicher Benutzung und Erwärmung durch den Strom luftdicht.

Prof. Poynting bemerkte zu dem Vortrag, die Methode von Anderson-Burnside sei in seinem Laboratorium eingeführt und allgemein angenommen worden.

(Eingegangen 19. Oktober 1913.)

BESPRECHUNGEN.

J. Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 2., völlig umgearbeitete und vermehrte Aufl. des Leitfadens. gr. 8. XX u. 521 S. mit 470 Textfiguren u. zahlreichen Tabellen. Stuttgart, Ferd. Enke. 1913. M. 15.—, gebunden M. 16.60

Die 1909 erschienene erste Auflage hat in kurzer Zeit so große Anerkennung gefunden und ist so oft als ein Standard-Werk der drahtlosen Telegraphie bezeichnet, daß die stark umgearbeitete und um ein Drittel des Umfangs erweiterte neue Auflage von allen beteiligten Kreisen in Physik und Technik nur mit lebhaftem Interesse aufgenommen werden

kann. Der Leser wird den Eindruck gewinnen, daß die neue Auflage durchaus auf der Höhe der alten steht, daß die Vermehrung des Umfangs der Zunahme des Stoffs entspricht und die Darstellung höchstens noch präziser und übersichtlicher geworden ist.

In dem Charakter des Buches erkennt man den Werdegang der drahtlosen Telegraphie, die neben und unabhängig von der Elektrotechnik aus einer rein physikalischen Disziplin sich in $1^1/_2$ Jahrzehnten zu einem selbständigen Gebiet der Technik entwickelt hat. Für die Umwandlung läßt sich kein scharfer Zeitpunkt angeben und sie ist auch noch keineswegs vollständig. Man könnte sagen: Je klarer die physikalischen Vorgänge erkannt sind, auf denen die drahtlose Telegraphie beruht, desto ausgeprägter tritt der technische Charakter hervor. Die Ausbreitung der Wellen ist noch immer ein physikalisches Problem, während die Erzeugung der Schwingungen wesentlich der Technik anheimgefallen ist. In einem fortgeschritteneren Stadium mag vielleicht die praktische Anwendbarkeit allein für die Charakterisierung des Technischen entscheidend sein und ev. zur Behandlung spezieller Probleme eine „technische Physik" hinzutreten.

Nach des Verfassers eigener Angabe war für ihn bei der Auswahl des Stoffes der Standpunkt des Physikers maßgebend, insofern physikalisch neue Gedanken stets besprochen sind, auch wenn der Beweis ihrer praktischen Anwendbarkeit noch nicht erbracht ist. Im ganzen erscheint das Buch aber von technischen Gesichtspunkten wesentlich beeinflußt.

Die stärkste Vermehrung und Umarbeitung betrifft die Abschnitte über Kondensatoren, über Resonanzerscheinungen, vor allem natürlich über Löschwirkung, Hochfrequenzmaschinen, atmosphärische Störungen, drahtlose Telephonie. Die Lichtbogenmethode hat gegenüber der vorigen Auflage etwas mehr Berücksichtigung gefunden. Ebenso wie in der vorigen Auflage sind in einem Anhang die Richtlinien für die Entwicklung der drahtlosen Telegraphie in den letzten Jahren kurz skizziert, wobei besonders die im Zusammenhang mit den Hochfrequenzmaschinen heute höchst wichtige Frequenztransformation behandelt ist.

Dem Studierenden, der etwas Kenntnis der experimentellen Elektrizitätslehre und elementare mathematische Vorbildung mitbringt, bietet das Lehrbuch eine ausgezeichnete Einführung in die drahtlose Telegraphie. Wegen der in die Tiefe gehenden physikalischen Darstellungsweise ist es aber auch für jeden mitten in der Sache Stehenden angenehm und mit Nutzen lesbar und erweist sich ihm durch die beigegebenen Tabellen und Formeln, durch die Übersichtlichkeit des Textes und die zahlreichen Literaturangaben als praktisches Hand- und Nachschlagebuch von Wert.

Noch eine Bemerkung über Wellenlänge und Frequenz möge hier Platz finden: Bei den schnellsten Schwingungen, die in der drahtlosen Telegraphie gebraucht werden, hat die Angabe der Wellenlänge vor der Frequenz den Vorzug größerer Anschaulichkeit. Bei langsameren Schwingungen, wie sie z. B. durch Hochfrequenzmaschinen erzeugt werden, neigt man sich mehr der Angabe der Frequenz zu, was auch in dem Zenneckschen Buche zu bemerken ist. Bei der Frequenz stören die großen Zahlen, um so mehr, als sie meist in ganz beliebigen Zehnerpotenzen angegeben werden. Es wäre zu wünschen, daß man sich einigte, die Frequenz stets in Tausenden anzugeben, wodurch man recht bequeme Zahlen erhielte, die sich dem Gedächtnis leicht einprägen. Man könnte etwa die Einheit von 1000 Perioden pro Sekunde mit dem Namen „1 Hertz" bezeichnen, würde also z. B. Hochfrequenzmaschinen von 50 oder 100 Hertz bauen und auf See mit 500 oder 1000 Hertz telegraphieren.

H. Diesselhorst.

F. Breisig, Theoretische Telegraphie. gr. 8. XV u. 432 S. mit 216 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1910. M. 17.50, gebunden M. 19.—

Der in weiten Kreisen als maßgebender Fachmann bekannte Verfasser hat es verstanden, ein erstklassiges Werk über die wissenschaftlichen Grundlagen der gesamten Telegraphen- und Telephontechnik zu entwickeln. Er geht von den einfachsten modernen Anschauungen über den Ablauf der elektromagnetischen Erscheinungen aus und entwickelt unter Verwendung der Vektorenrechnung und der Maxwellschen Gleichungen zunächst alle wesentlichen Ergebnisse der Potentialtheorie, um alsdann auf die Eigenschaften stationärer und quasistationärer Ströme überzugehen. Besonders hervorzuheben sind hierbei die zahlreichen Beispiele, die zur Erläuterung und Belebung der Theorie dienen. Sie sind im allgemeinen der Telegraphentechnik entnommen und bilden geradezu eine Fundgrube für den, der sich durch Übungsaufgaben in die Materie hineinleben will. Es folgt weiter die eingehende Besprechung der Kondensatorschwingungen sowie der für die Telephonie wichtigen andauernden Schwingungen. Besonders beachtenswert ist der folgende Abschnitt über die Fortpflanzung elektrischer Wellen auf Leitungen, der wohl die beste existierende Darstellung der Pupintelephonie enthält. Schließlich werden die Vorgänge in langen Telegraphenkabeln durchgearbeitet und das Schlußkapitel bringt die gesamte Theorie der elektrischen Wellen für drahtlose Telegraphie.

In dem ganzen Buche ist mit meisterhafter Klarheit allen herrschenden Problemen, die sich überhaupt rechnerisch behandeln lassen, bis auf den Grund gegangen. Der Verfasser beschränkt sich jedoch nicht etwa mit allgemeinen theoretischen Erwägungen, sondern er führt alle seine Rechnungen ohne unnötigen Aufwand stets bis zum Endziele durch, so daß sie in der Lage sind, auf die Fragen, die die praktische Telegraphie an sie stellt, klar und bestimmt zu antworten. Das idealste Ziel, das ein solches Lehrbuch sich stecken kann, ist in einer seltenen Vollkommenheit erreicht.

R. Rüdenberg.

R. Emden, Grundlagen der Ballonführung. Mit 60 Übungsbeispielen. gr. 8. VII u. 140 Seiten mit 6 Figuren und 3 Tafeln. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 2.80

Prof. Emden gebührt das Verdienst, den Ballonführern und denjenigen, die es werden wollen oder sich sonst für die Sache interessieren, mit diesem Leitfaden zum erstenmal in einwandfrei wissenschaftlicher Form die Mittel an die Hand gegeben zu haben, sich mit den physikalischen Grundlagen und Gesetzen der Ballonführung vertraut zu machen, ohne daß hierzu eine spezielle physikalische oder mathematische Ausbildung vorausgesetzt würde. Die

Wirkungen von Luftdruck und Temperatur, von Ballastgabe und Ventilzug, die Beanspruchung der Hülle, die Wirkungen des Schlepptaues und anderer Einrichtungen werden ausführlich besprochen, die zur quantitativen Verfolgung aller dieser Wirkungen nötigen Formeln in möglichst einfacher Form, die wichtigsten in Form von Lehrsätzen gegeben, und durch viele der Praxis entnommene Beispiele erläutert. Eine Anzahl Tabellen und Tafeln gestatten nicht nur, die am häufigsten vorkommenden Fragen ohne Rechnung zu beantworten, sondern geben gleichzeitig einen anschaulichen Überblick über die verschiedenen Gesetzmäßigkeiten.

Dem Physiker von Fach, der sich für die Fragen der Ballonführung interessiert, sei es mit Rücksicht auf Lehrzwecke oder auf die eigene Ausübung des Ballonsports, wird das Buch als Zusammenfassung und zweckentsprechende Verarbeitung der einschlägigen Gesetze ebenso nützlich sein, wie dem nicht speziell physikalisch vorgebildeten Ballonführer. Daß Emden selbst die theoretische Ausbildung nicht überschätzt, zeigt er deutlich in den einleitenden Worten: „Die Ballonführung ist eine Fertigkeit, die in erster Linie durch praktische Übung erlernt werden muß ..." Die Stellung, die neben dieser praktischen Erlernung der theoretischen Ausbildung im Sinne dieses Leitfadens zukommt, charakterisiert der Verfasser treffend mit den Worten: „Eine vernünftige Ausbildung hat lediglich anzustreben, den Führer mit den Eigenschaften seines Fahrzeugs so vertraut zu machen, daß sein Überlegen und Entschließen instinktiv in richtige Bahnen gelenkt werden." Dieses Ziel zu erreichen, erfordert freilich mehr als ein bloßes Durchlesen oder selbst als ein oberflächliches Studieren des Leitfadens mit schematischem Auswendiglernen der Lehrsätze. Es erfordert eine gründliche Verarbeitung des Emdenschen Buches und vor allem die Einübung der erlernten Sätze durch Berechnung zahlreicher Übungsbeispiele, die neben den im Buch angegebenen am besten der eigenen Praxis entnommen werden. Bedenkt man die verhältnismäßig geringe Zahl von Fahrten, die selbst vielgefahrene Ballonführer hinter sich haben, und andererseits die Vielheit der Erscheinungen, die sich wohl in der Theorie einzeln studieren lassen, sich in der Praxis aber fast stets durch Übereinanderlagerung komplizieren und dadurch unübersichtlich werden, so muß man dem Emdenschen Buch im Interesse der Ausbildung der Ballonführer und damit nicht zuletzt der Sicherheit der Fahrtteilnehmer weite Verbreitung und gründliche Benutzung wünschen. A. Bestelmeyer.

H. Lüdtke, Beiträge zur Behandlung der elektromagnetischen Lichttheorie und der Lehre von den elektrischen Schwingungen nebst einem Anhang über die Geschwindigkeit der Elektrizität. (Abh. z. Didaktik u. Philosophie der Naturwissenschaft. 2. Band, Heft 5.) Lex.-8. 120 S. Berlin, Julius Springer. 1911. M. 4.—

Die Schrift enthält eine Zusammenstellung einer großen Anzahl von Versuchen in zum Teil neuer Apparatanordnung über elektrische Schwingungen in Verbindung mit der elektromagnetischen Lichttheorie in einer Reihenfolge, wie sie dem Verf. bei der Behandlung im Unterricht derer am zweckmäßigsten erscheint, denen die Beziehungen zwischen Optik und Elektrizität noch völlig neu sind. Sie wendet sich also vorzugsweise an die Lehrer der höheren Schulen. Die Versuche können meist mit den einfachsten Mitteln ausgeführt werden, die Herstellung der dazu notwendigen Apparate ist, wofern diese überhaupt in einer einfacheren Laboratoriumswerkstatt einer Schule möglich ist, zum Teil recht genau beschrieben. Es liegt in der Natur des Gebietes, daß es sich nur dann in das Schulprogramm mit Nutzen und Erfolg wird aufnehmen lassen, wenn ziemlich viel Zeit dafür zur Verfügung steht. Die Oberrealschule und das Realgymnasium sehen eine solche für den Unterricht der gesamten Physik bekanntlich vor und es scheint mir durchaus möglich, daß durch kürzere Behandlung mancher früher viel gepflegter Stoffe der Mechanik, Optik und Elektrostatik eine genügende Zeit für die ausführlichere Besprechung der Beziehungen zwischen Optik und Elektrizität gespart werden kann. Das ist deshalb jetzt eher möglich als früher, da heutigentags, wo im allgemeinen schon die jüngeren Schüler mit Interesse und oft verhältnismäßig gutem Verständnis die großen technischen Fortschritte verfolgen, den Schülern zahlreiche Anwendungen der Grundgesetze der Mechanik, der Optik und der Elektrizität recht geläufig sind, ehe in der Schule auf sie eingegangen wird. Mit der Forderung, die Beziehungen zwischen Optik und Elektrizität mehr in den Vordergrund des physikalischen Unterrichts der höheren Klassen treten zu lassen, werden aber an die Kenntnisse und Erfahrungen des Lehrers selbst auf diesem Gebiet mehr Ansprüche gestellt. Es wird daher vielen sehr angenehm sein, an der vorliegenden Schrift einen gut durchgearbeiteten Leitfaden zu haben.

Die Schrift zerfällt in drei Teile: 1. Versuche mit Teslaströmen, 2. Die Theorie des Lichtes und die Lehre von den elektrischen Schwingungen im Unterricht, 3. (Anhang) Die Geschwindigkeit der Elektrizität. Die Inhaltsübersicht ist recht ausführlich, so daß man sich schnell zurechtfinden kann, wenn man sich über die Anordnung dieses oder jenes Experiments Rat holen will. Besonders hervorgehoben sei noch das Kapitel „Wünschenswerte Vorkenntnisse aus der Lehre vom Wechselstrom" im zweiten Abschnitt des Buches; dasselbe bezieht sich auf die Handhabung des mathematischen Unterrichts in Rücksicht auf die hier vorgeschlagene Behandlung der modernen Lichttheorie.

Der Hochschullehrer kann natürlich nur von Herzen wünschen, daß die Schüler in solcher Weise vorgebildet sind, wie das hier angestrebt wird, wenn sie das naturwissenschaftliche Studium auf einer Hochschule beginnen. Er würde dann einer größeren Vertiefung zuliebe leichter auf eine gar zu große Anzahl von Experimenten verzichten können. Solange dieses Ziel freilich nicht erreicht ist, kann die Schrift auch dem Fachmann manchen guten Rat geben bezüglich der praktischen Anordnung des einen oder anderen schönen Versuches. Übrigens kann auch dem Naturwissenschaftler, der zur eigenen Orientierung ein Buch über die Beziehungen zwischen Licht und Elektrizität zur Hand nehmen möchte, die Schrift zum Studium empfohlen werden, da die Experimente anschaulich und ausführlich beschrieben sind und die Erklärung der Erscheinungen im allgemeinen als einwandsfrei bezeichnet werden kann. S. Valentiner.

H. Ebert, Anleitung zum Glasblasen. 4. umgearbeitete und erweiterte Auflage. gr. 8. XII und 123 S. mit 75 in den Text gedruckten Figuren. Leipzig, J. A. Barth. 1912. M. 2.80, geb. M. 3.50

Über die im Jahr 1904 erschienene 3. Auflage des Werkchens ist in dieser Zeitschrift **6**, 189, 1905, berichtet worden. Es ist dort auf den Wert des Bändchens und auf die Notwendigkeit hingewiesen worden, den Inhalt desselben gründlich kennen zu lernen und sich die darin beschriebenen Erfahrungen anzueignen. Seitdem hat sich das Bändchen viele neue Freunde erworben und auch der 4. Auflage wird ein schneller Absatz sicher sein. Denn ein Physiker oder Chemiker, der sich mit etwas Glasblasen abgibt — und welcher experimentell arbeitende Naturwissenschaftler müßte das nicht —, empfiehlt es dem andern. Und da es viel praktische Ratschläge auch noch dem immer wieder zu geben weiß, der das landläufige Glasblasen gelernt hat, so gehört es in jede Handbibliothek eines physikalischen oder chemischen Instituts. Gegen die dritte Auflage ist die neue wieder um eine Reihe Erfahrungen reicher; sie ist außerdem von einem bekannten Glasbläser, K. Greiner (in Firma Bender & Hobein, München), genau durchgesehen worden.

Für diejenigen, die das Bändchen in einer der früheren Auflagen noch nicht kennen gelernt haben, sei hier kurz einiges über die Anordnung des Stoffes mitgeteilt. Es zerfällt, von einem einleitenden Abschnitt über die Ausrüstung des Glasbläsers abgesehen, in fünf Übungsstufen. Die erste Übungsstufe bezieht sich auf die einfachsten Handgriffe beim Arbeiten mit Glas, die zweite enthält Übungen mit einer Hand, die dritte einfache Arbeiten mit beiden Händen, in der vierten wird die Herstellung zusammengesetzter Apparate behandelt, darunter z. B. Anfertigung einer Wasserstrahlpumpe, von Ausfriertaschen zum Reinigen von Gasen, einer Phosphoreszenzlampe nach Ebert. In der fünften Übungsstufe wird die Anfertigung komplizierterer Vakuumapparate geübt. Es kann kein Zweifel sein, daß der, der die in dem Büchlein beschriebenen Versuche und Übungen in der darin angegebenen Reihenfolge und Sorgfalt ausführt, bald ohne Schwierigkeit alle die mehr oder weniger komplizierten Aufgaben wird lösen können, die sich beim Experimentieren im Laboratorium ergeben, falls man sich nicht in eine für das schnelle Arbeiten oft sehr unbequeme Abhängigkeit von einem Glasbläser bringen will.

Sehr beherzigenswert sind auch die Bemerkungen und Abschnitte über Schliffe, Hähne, Quecksilberluftpumpen, sowie auch der Anhang über Ätzen von Glas und Graduieren und Kalibrieren von Röhren.

Ein gutes Inhaltsverzeichnis und alphabetisches Register erleichtert das Auffinden der Behandlung bestimmter glastechnischer Fragen wesentlich und ist daher sehr nützlich. S. Valentiner.

C. Størmer, Bericht über eine Expedition nach Bossekop zwecks photographischer Aufnahmen und Höhenmessungen von Nordlichtern. (Aus Videnskapsselskapets Skrifter. I. Math.-naturw. Klasse 1911. Nr. 17.) Lex.-8. 112 S. mit 57 Figuren im Text und 88 Tafeln. Utgit for Fridtjof Nansens Fond, Kristiania. In Kommission bei Jacob Dybwad. 1911. M. 15.—

Die Arbeit beginnt (Kapitel I) mit einer Untersuchung der geeignetsten Objektive, Apparate, photographischen Platten und allgemeinen Einrichtungen zur parallaktischen photographischen Höhenmessung der Polarlichter. Dieser Teil wird wertvoll ergänzt durch die am Schluß mitgeteilten praktischen Erfahrungen und Verbesserungsvorschläge. Kapitel II enthält den Bericht über die Expedition und das Polarlicht-Tagebuch. Kapitel III behandelt die Methode der Höhenberechnung aus den photographischen Platten. In Kapitel IV sind die photogrammetrischen Aufnahmen einzeln und eingehend behandelt, und nun folgen die Kopien der insgesamt 24 Parallaxenaufnahmen, und 350 Serien- und Einzelaufnahmen.

Die Höhenmessungen sind nur mit 4 km Basis ausgeführt; die gefundene Höhe des Aufleuchtens (zwischen 39 und ca. 400 km Höhe) wird daher vielleicht noch kein definitives Resultat sein, zumal die photographischen Apparate und Platten, die auf den beiden Endpunkten der Basis verwendet wurden, noch nicht einheitlich waren. Inzwischen hat aber Herr Størmer in diesem Jahr mit einer zweiten Expedition eine erheblich größere Zahl von Parallaxenaufnahmen mit einer Basis von 28 km gewonnen, die jedenfalls nun ein definitives und sehr genaues Ergebnis liefern werden.

Den Kapiteln I und III hingegen wird ein bleibender Wert zukommen. Ihre Resultate bildeten bereits die Grundlage für die neue, genannte Expedition Størmers nach Bossekop und für die Polarlichtarbeiten des Referenten in Spitzbergen 1912—1913, bei welchen 69 Doppelaufnahmen außer zahlreichen Einzel- und Serienbildern erhalten wurden. Aber auch für den theoretischen Bearbeiter des Polarlichtphänomens wird die Kenntnis dieser zwei Kapitel in Zukunft kaum entbehrlich sein, da man einer Übersicht über die moderne Messungsmethode bedarf, um ein Urteil über die gewonnenen Resultate zu bekommen.

Für den deutschen Leser werden die vortrefflichen und zum Teil bereits in Zeitschriften übernommenen Serienbilder Størmers von großem Interesse sein, weil sie ihm Anschauungsmaterial liefern an Stelle der bisherigen Beschreibungen und Zeichnungen, die unter den Fehlern mangelhafter Beobachtung und Darstellung nur zu oft zu leiden hatten und bedenkliche Mißverständnisse in der deutschen Literatur herbeigeführt haben. Kurt Wegener.

W. Block, Maße und Messen. (Aus Natur und Geisteswelt. 385. Bändchen.) 8. 111 S. mit 34 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. Geb. M. 1.25

Das Bändchen, welches in allgemein verständlicher Weise die physikalischen Grundlagen der Metronomie behandelt mit Berücksichtigung der Entstehungsgeschichte der Maßsysteme, ist klar und anziehend geschrieben und kann nicht nur den der Naturwissenschaft Fernerstehenden, sondern auch den naturwissenschaftlich Gebildeten bestens empfohlen werden, da man zuweilen auch bei letzteren eine nicht geringe Unkenntnis der Bedeutung der verschiedenen Einheiten konstatieren kann. Recht ausführlich und befriedigend ist die Darstellung des metrischen Maßsystems und seiner Entstehung (Kapitel 2), sowie die der mechanischen Maße und Messungen (Kapitel 4). Es ist in ausreichender Weise auf die möglichen Fehler bei den Messungen hingewiesen, auch sind z. B. in einer Tabelle die im Deutschen Reich vorgeschriebenen Eichfehlergrenzen für eine Reihe von Maßen und Meßwerkzeugen angegeben. Die folgenden Kapitel: Thermische Maße und Messungen, Optische Maße und Messungen und Elektrische Maße und Messungen sind dagegen etwas knapper ausgefallen und dürften vielleicht bei einer Neuauflage Erweiterungen erfahren. So ist das Luftthermometer und die Temperaturdefinition wohl

etwas zu kurz behandelt worden; in dem Kapitel über Optik wäre meines Erachtens eine Tabelle der in den verschiedenen Ländern gebräuchlichen Lichtstärkeeinheiten doch ganz am Platz gewesen. Was endlich die elektrischen Einheiten anlangt, so wird die Darstellung den heutigen Anschauungen nicht ganz gerecht, denen zufolge das elektrische „praktische" Maßsystem nicht mehr auf der Messung mechanischer Kräfte beruht, also eigentlich weder mit dem elektrostatischen noch mit dem elektromagnetischen Maßsystem zusammenfällt; daß das elektrostatische und das elektromagnetische Maßsystem ausführlich behandelt wurden, ist natürlich durchaus berechtigt im Hinblick auf die historische Bedeutung; aber einige wenige Bemerkungen über das praktische Maßsystem in der Art, wie Mie in seinem vortrefflichen Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus dasselbe behandelt, oder wie es z. B. auch im Kalender für Elektrotechniker angegeben ist, Bemerkungen, aus denen hervorginge, wie sehr willkürlich und unberechtigt heutigentags die beiden früher so bedeutungsvollen elektrischen Maßsysteme erscheinen müssen, wären ganz wertvoll gewesen.

Trotz dieser kleinen Unvollkommenheiten wird sich das Büchlein zweifellos verdientermaßen schnell einführen und viele Freunde erwerben.

S. Valentiner.

P. B. Arthur Linker, Elektrotechnische Meßkunde. Zweite, völlig umgearbeitete und verbesserte Auflage. gr. 8. XV u. 533 S. mit 380 in den Text gedruckten Figuren. Berlin, Julius Springer. 1912. Gebunden M. 12.—

Das Buch zerfällt, wie auch die erste Auflage vom Jahre 1906, in fünf Abschnitte: 1. Elektrische Meßmethoden, 2. Magnetische Messungen, 3. Messungen der Gleichstromtechnik, 4. Messungen der Wechselstromtechnik, 5. Photometrie.

Mit diesem Buche soll, wie der Verfasser im Vorwort sagt, dem Studierenden ein Hilfsbuch für die Übungen im elektrotechnischen Laboratorium, dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein Hand- und Nachschlagebuch bei seinen Arbeiten geboten werden. Wenn man auch zugeben kann, daß im großen und ganzen diese Aufgabe gelöst ist, so würde für den Studierenden der Wert des Buches doch noch dadurch erhöht werden können, daß auch eine Beschreibung und Wirkungsweise der wichtigsten Meßinstrumente und Hilfsapparate gegeben würde. Dagegen könnten, besonders im 4. Abschnitt, viele weitläufige mathematische und graphische Abhandlungen weggelassen werden, weil sie mehr zur Vorausberechnung als zur Prüfung der Maschinen dienen.

Vergleicht man diese zweite Auflage mit der ersten, so findet man, daß besonders der erste Abschnitt wesentlich erweitert worden ist. Als neu hinzugekommen sind zu nennen: Untersuchung von Blitzableitern, Widerstand von Schienenstößen, Isolationsmessungen elektrischer Netze während des Betriebs, Ermittlung von Temperaturkoeffizienten, Wechselstrommessungen mit Quadrantelektrometer, Messung von Wechselströmen geringer Intensität und hoher Wechselzahl. Außerdem sind die Kapazitäts- und Induktionsmessungen erheblich erweitert worden. Von großem Werte ist schließlich die große, bei den einzelnen Versuchen gemachte Literaturangabe.

Einige kleine Änderungen dürften angebracht sein. So gibt die Fig. 107 auf S. 150 die Schaltung zur Eichung von Spannungsmesser durch Vergleich mit einem andern bei Benutzung eines vorgeschalteten Widerstands an; diese Schaltanordnung findet wohl in der Praxis keine Verwendung, weil der vorzuschaltende Widerstand zu groß sein müßte, man wird vielmehr statt des Vorschaltwiderstands einen Abzweigwiderstand benutzen. Nicht ganz logisch erscheint es mir, wenn im 4. Abschnitt als gleichwertige Unterabteilungen folgende aufgeführt werden: 3. Prüfung eines Transformators, 5. Bestimmung des Spannungsabfalls eines Transformators, 6. Wirkungsgrad eines Transformators. Ebenso wenn es auf S. 366 folgendermaßen heißt: „Der Wechselstromgenerator wird ... mit konstanter Drehzahl n angetrieben. Da aber für die Untersuchung mit Wechselströmen die Periodenzahl ν mehr in Frage kommt, so ..." Schließlich findet man auf S. 507: „Man bestimmt nach einer der früheren Methoden ... die mittlere sphärische Intensität", während diese Methoden erst 10 Seiten später erörtert werden.

Es sei betont, daß die hier erwähnten unwesentlichen Mängel den Wert des Buches wenig beeinträchtigen, daß das Werk vielmehr klar, anregend und sorgfältig geschrieben ist und auch Druck und Ausstattung vorzüglich sind. Roth.

G. Brion, Luftsalpeter. Seine Gewinnung durch den elektrischen Flammenbogen. (Sammlung Göschen Nr. 616.) kl. 8. 153 S. mit 50 Figuren. Berlin und Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, G. m. b. H. 1912. Geb. M. —.80

Die technische Lösung des Problems, Stickstoff in Salpeter zu verwandeln, ist bekanntlich nicht den Chemikern sondern den Elektrotechnikern gelungen. Ein Elektrotechniker hat auch die vorliegende Monographie geschrieben, die nicht nur die elektrochemische, sondern auch die chemische und wirtschaftliche Seite der Stickstoffrage behandelt. Dabei geht der Verfasser stets von den Grundgesetzen aus (Charakteristik der Gasentladungen, Massenwirkungsgesetz usw.) und wendet sie auf das vorliegende Problem an, so daß das Büchlein als populär im besten Sinne des Wortes bezeichnet werden kann. Die Darstellung ist flüssig und knapp und — soweit es der Referent beurteilen kann — im Rahmen eines kurzen Überblicks auch erschöpfend. Das Büchlein kann daher allen, die sich über diese wissenschaftlich wie technisch interessante Frage orientieren wollen, warm empfohlen werden.

Riesenfeld.

Heinrich Danneel, Elektrochemie I: Theoretische Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. (Sammlung Göschen No. 252.) 2. Aufl. gr. 8. 189 S. Berlin u. Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagsbuchhandlung, G. m. b. H. 1911. Gebunden M. —.80

Die Danneelsche Elektrochemie gehört zu den von sachkundigen Autoren verfaßten und leichtverständlich geschriebenen Abrissen einzelner Wissensgebiete, durch die die Sammlung Göschen wohlbekannt ist und bildet eines der besten Bücher dieser Sammlung. Sie liegt nun schon in zweiter Auflage vor und ist modern geblieben in dem Sinne, daß sie ein richtiges Bild vom heutigen Stande der behandelten Wissenschaft gibt. Riesenfeld.

Kurt Arndt, Grundbegriffe der physikalischen Chemie. 3. Auflage. gr. 8. IV u. 63 S. Berlin, Mayer & Möller. 1912. Geb. M. 1.20

Ein sachgemäß abgefaßtes Repetitorium für solche, die sich nur das unumgänglich nötige Examenswissen einpauken wollen. Riesenfeld

P. Ostertag, Die Entropie-Diagramme der Verbrennungsmotoren einschließlich der Gasturbine. gr. 8. IV u. 64 S. mit 17 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1912. M. 1.60

Für das eingehendere Studium der Verbrennungskraftmaschinen erweist sich die Benutzung des Stodolaschen Gasentropiediagramms als ein sehr wichtiges Hilfsmittel, da es im Gegensatz zu älteren Rechnungsmethoden auf die tatsächlichen Verhältnisse, besonders auf die Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur und während des Verbrennungsprozesses Rücksicht nimmt.

Das vorliegende Buch bietet eine recht gute Einführung zu dem Gebrauch dieser Entropietafeln und erläutert sie durch glücklich gewählte Beispiele von Gas- und Dieselmaschinen sowie auch der Humphreypumpe und eines neuartigen, auf dem Humphrey-Verfahren beruhenden Gaskompressors. Ein weiterer Teil des Büchleins ist dann der Gasturbine gewidmet, die in verschiedenen Abarten als „Gleichdruck- und Explosions"turbine untersucht wird.

Unter Annahme eines besonders angetriebenen Kolbenkompressors (oder eines Humphreykompressors) ergeben dann die ausführlichen Zahlenrechnungen des Verfassers verhältnismäßig recht günstige Werte für den wirtschaftlichen Wirkungsgrad von praktisch ausführbaren Gasturbinen.

Wünschenswert wäre es gewesen, wenn der Verfasser auch die verschiedenen praktischen Abweichungen von den theoretisch angenommenen Prozessen näher besprochen und an den Diagrammen erläutert hätte. Denn auch in dieser Hinsicht ist die Stodolasche Entropietafel durchaus praktisch verwendbar. Vielleicht läßt sich in einer späteren Auflage eine Ergänzung in diesem Sinne anbringen, wodurch der Wert des an sich recht empfehlenswerten Buches nur gewinnen könnte.

A. Pröll.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Rom Dr. L. Amoroso für Mathematik.

Ernannt: Der Associate Professor an der Stanford Universität (California) Hans F. Blickfeldt zum ord. Professor der Mathematik an derselben Hochschule, der Associate Professor der Mathematik an der Universität von Chicago Dr. Gilbert A. Bliss zum ord. Professor daselbst, Dr. N. J. Lennes zum ord. Professor der Mathematik an der Universität von Montana in Missoula, der a. o. Professor für Geometrie an der Universität Agram Dr. Georg Majcen zum ord. Professor derselben Hochschule der Assistant Professor an der Stanford Universität Dr. William A. Manning zum Associate Professor der angewandten Mathematik daselbst, Dr. E. J. Moulton zum a. o. Professor der Mathematik an der Northwestern Universität in Chicago-Evanston, Dr. J. B. Reynolds zum a. o. Professor für Mathematik und Astronomie an der Lehigh Universität, der Associate Professor an der Universität von Chicago Dr. Herbert E. Slaught zum ord. Professor der Mathematik daselbst, Dr. W. M. Smith zum ord. Professor der Mathematik an der Universität von Oregon, Dr. R. M. Wingen zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Oregon, der a. o. Professor der Pharmakognosie an der Universität Bern Dr. Otto Oesterle zum ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Straßburg, der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Arthur Erich Haas zum außeretatsmäßigen a. o. Professor der Physik an der Universität Leipzig, der Vorsteher des Birkbeck College in London Alexander Mackenzie zum Professor für Chemie am University College in Dundee, Louis Hackspill zum ord. Professor für angewandte Chemie an der Universität Nancy (an Stelle des zurückgetretenen André Wahl).

Gestorben: Der Professor der Mechanik am Conservatoire national des arts et métiers in Paris Dr. C. Bouriet, der ord. Professor für Stereotomie und Mechanik an der Universität von Michigan in Ann Arbor Dr. Charles Simeon Denison, der ord. Professor für Astronomie und Geometrie an der Universität Cambridge und Direktor des Cambridge Observatory Sir Robert Stawell Ball M. A., F. R. S., der frühere Professor an der Royal University of Ireland Dr. John Campbell.

Angebote.

Gesucht

promovierter Physiker oder Dr.-Ingenieur

für wissenschaftlich-technisches Laboratorium. Anstellung gegen Privatdienstvertrag. Monatsvergütung 250 M. Bewerbungen unter Beifügung von Lebenslauf und Zeugnissen nur in Abschrift sind einzusenden unter **S. H. 409** an die Expedition dieses Blattes.

Einem **promovierten Physiker** oder **Dozenten** ist Gelegenheit gegeben mit einem älteren Herrn als

Reisebegleiter

an die Riviera zu gehen. Angebote mit Bild und Referenzen wolle man richten unter **F. D. 4299** an **Rudolf Mosse, Darmstadt.**

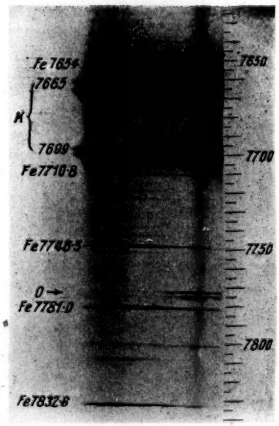
Optischer Rechner und Physiker,

welcher bereits mit Erfolg für die Praxis tätig gewesen ist, am geeignetsten solcher, der **auf dem Gebiete der**

physiologischen Optik

schon Erfahrungen hat bezw. dessen bisherige Tätigkeit ein selbständiges Einarbeiten gewährleistet, auch mit Erfahrungen in der **Glastechnik**, findet in **allererstem großen optischen Werke** aussichtsreiche Lebensstellung. Volle Diskretion zugesichert. Ausführliche Offerten unter Beifügung einer Photographie usw. unter **J. C. 7836 an Rudolf Mosse, Berlin SW.**

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



C. Runge und F. Paschen, Sauerstoff in der Sonne. Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Absorptionsspektrum des Tetrazindampfes mit Bariumlinien.

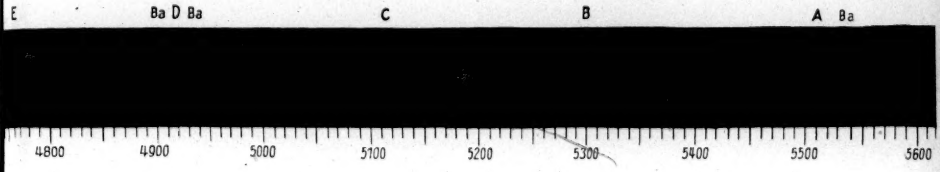


Fig. 1.

Detailaufnahmen (ohne Bariumlinien). Kontinuierlicher Untergrund und helle Linien im Absorptionsspektrum.

Typus II.

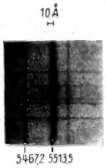


Fig. 2.

Typus III.

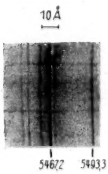


Fig. 3.

Typus IV.

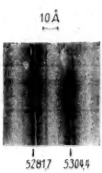


Fig. 4.